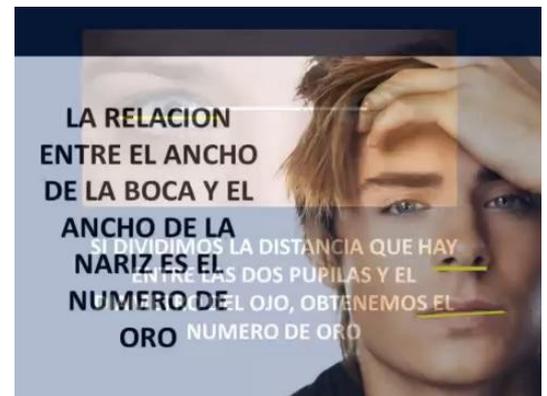
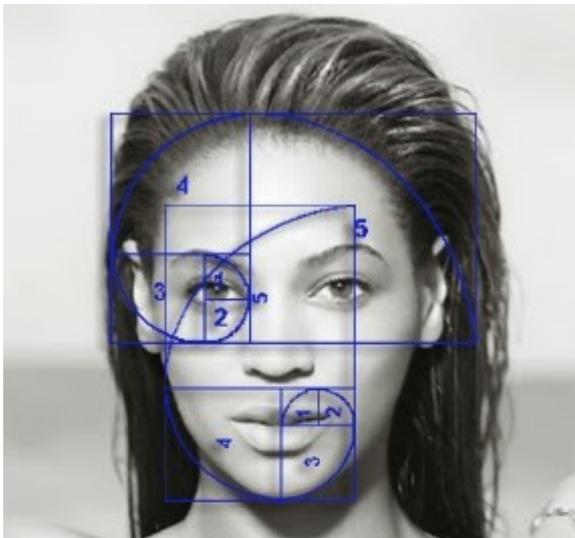


# ¿Somos divinos?



Alejandro Carrillo Ortega

Alejandro Cazorla Rodríguez

Maria Morales Moreno

Larisa Ioana Puscasu

Tutora: Catalina Maria Barriga Sarabia

**I.E.S. Alonso Cano, Dúrcal (Granada)**

**Curso: 2º E.S.O.**

Categoría: E.S.O.

---

## ÍNDICE

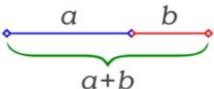
---

<b>1. Introducción.....</b>	<b>3</b>
<b>2. El objetivo del estudio.....</b>	<b>4</b>
<b>3. Recogida de los datos</b>	
<b>3.1 Elección de la muestra.....</b>	<b>5</b>
<b>3.2 Selección de los individuos encuestados.....</b>	<b>5</b>
<b>3.3 Proceso de recogida de datos.....</b>	<b>6</b>
<b>4. Análisis de los datos</b>	
<b>4.1 Análisis de cada proporción con los datos agrupados en intervalos.....</b>	<b>7</b>
<b>4.2 Análisis conjunto con datos sin agrupar.....</b>	<b>14</b>
<b>4.3 Análisis por estratos con los datos agrupados en intervalos.....</b>	<b>16</b>
<b>4.4 Análisis por estratos con datos sin agrupar.....</b>	<b>22</b>
<b>5. Conclusiones.....</b>	<b>24</b>
<b>6. Análisis crítico .....</b>	<b>25</b>
<b>ANEXOS</b>	
<b>Anexo I : Tabla de Medidas .....</b>	<b>27</b>
<b>Anexo I: Tabla de Proporciones .....</b>	<b>29</b>
<b>Anexo III: Bibliografía .....</b>	<b>31</b>

## 1. Introducción

Durante este curso, y en especial en el tema de números decimales, nuestra profesora nos habló de un número con infinitas cifras decimales y no periódico, el **número de oro**, que estaba presente tanto en la naturaleza como en numerosas obras de arte, y que parece estar relacionado con la armonía y la belleza.

Nos invitó a investigar dónde aparecía dicho número, y descubrimos que se trata del número  $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ , que es la proporción que guardan las dos partes en las que queda dividido un segmento cumpliendo que el total es a la parte mayor, como la parte mayor a la menor.

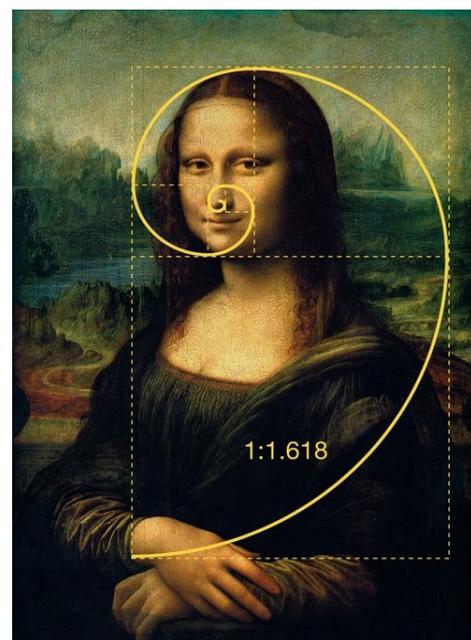
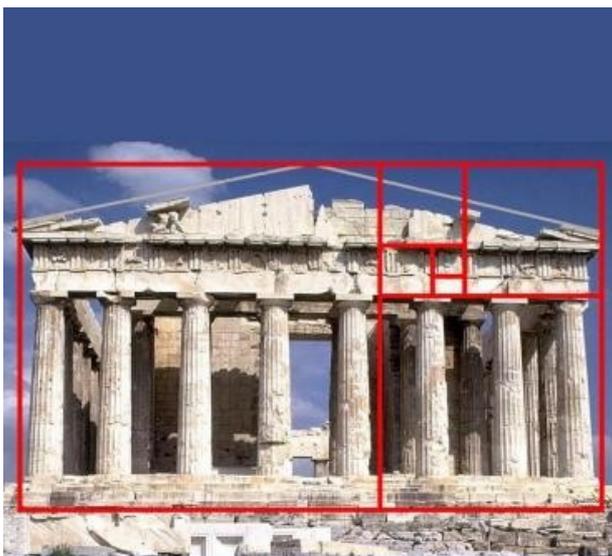


$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \Phi$$

Esta proporción es la que tienen, por ejemplo, las dimensiones de las tarjetas de crédito o los carnets de identidad, que se ha empleado en arquitectura, escultura o pintura desde la antigüedad por tratarse de una proporción armoniosa y bella al ojo humano. Desde el Partenón de Atenas hasta las pinturas abstractas de Piet Mondrian (1872-1944), pasando por Jan Vermeer (1632-1675) o Leonardo da Vinci (1452-1519), que la llamó **La Divina Proporción**, el número de oro ha sido usado como expresión del ideal de belleza clásico, y hoy en día se sigue buscando dicha proporción en nuevos campos como la fotografía e incluso en la cirugía plástica.

Pero descubrimos que este número no sólo está presente porque los artistas quieran que sus obras sigan esta proporción, sino que aparece también en la naturaleza: desde la disposición de las hojas en el tallo de una planta hasta las dimensiones del cuerpo humano.

Esto nos sorprendió mucho y por eso nos empezó a picar la curiosidad. Queríamos comprobar si en nosotros, en nuestros conocidos, y en las personas que consideramos “guapos y guapas” también estaba presente la Divina Proporción.



## 2. El objetivo del estudio

El objetivo del estudio es ver, usando métodos estadísticos, si la Divina Proporción está presente en el cuerpo humano. En concreto, nos vamos a limitar a estudiarla en el rostro. El resultado esperado era una sucesión de datos cercanos al número de oro, demostrando así, que el número de oro está localizado en el rostro del ser humano, tanto en infantes como en personas mayores u obras de arte.

## 3. Recogida de los datos

### 3.1 La elección de la muestra

El muestreo de población es un proceso que consiste en tomar un subgrupo de sujetos que sea representativo de toda la población, llamado muestra.

Nuestra primera intención fue elegir la muestra entre nuestros compañeros y compañeras del instituto, pero nuestra profesora nos hizo pensar si las proporciones en el rostro de un adolescente son iguales que las de los adultos, así que decidimos también seleccionar una muestra de profesores y profesoras. Además hemos querido completar la muestra con caras de famosos y con rostros que aparecen en algunas obras de arte. Hemos elegido estos grupos porque nos interesa comparar si hay diferencias sustanciales entre ellos.

Vamos a realizar un muestreo estratificado de afijación constante que consiste en dividir la población en varios subgrupos o estratos, y dentro de cada estrato elegiremos al azar 20 individuos que constituyen nuestra muestra. Así, la muestra va a estar formada por:

- 20 compañeros del instituto.
- 20 famosos.
- 20 profesores del centro.
- 20 obras de arte.

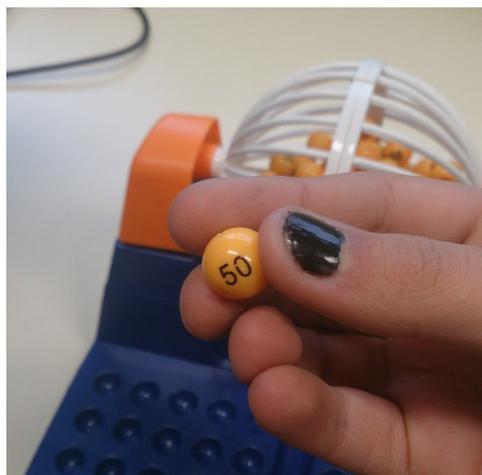
### 3.2 Selección de los individuos encuestados

Los dos primeros grupos podíamos controlarlos mejor y han sido elegidos al azar. Para ello se nos proporcionó una lista de todos los alumnos y profesores del centro ordenados alfabéticamente. Había un total de 556 alumnos y 54 profesores.

La selección de los profesores fue fácil. Nos reunimos en el departamento de matemáticas y, con la ayuda de un bingo, sacamos 20 números y elegimos a los componentes de la muestra. Este tipo de muestreo se llama muestreo aleatorio simple.



Para los alumnos no había bolas suficientes en el bingo. La profesora nos recomendó que sacáramos sólo un número, que sería el primero de la muestra. Nos salió el número 50. Como queríamos seleccionar a 20 individuos, dividimos  $\frac{556}{20} \approx 28$  y fuimos eligiendo al resto de los compañeros de 28 en 28 siguiendo el orden de la lista, y llegando a darle la vuelta completa. De esta manera, el segundo seleccionado era el que ocupaba el lugar 78, el tercero el que tenía el número 106, y así sucesivamente. Este tipo de muestreo se llama muestreo sistemático.



La selección de los famosos ha sido menos rigurosa, eligiendo cantantes, actores y actrices que nos gustan, y sobre todo, que tuvieran una expresión seria y la cara despejada para poder tomar bien las medidas.

Para seleccionar las obras de arte hemos pedido ayuda a los profesores de Sociales, que nos han recomendado pinturas que escondían al número de oro en sus proporciones, pero también algunas que nos podían sorprender.

### 3.3 Proceso de recogida de datos

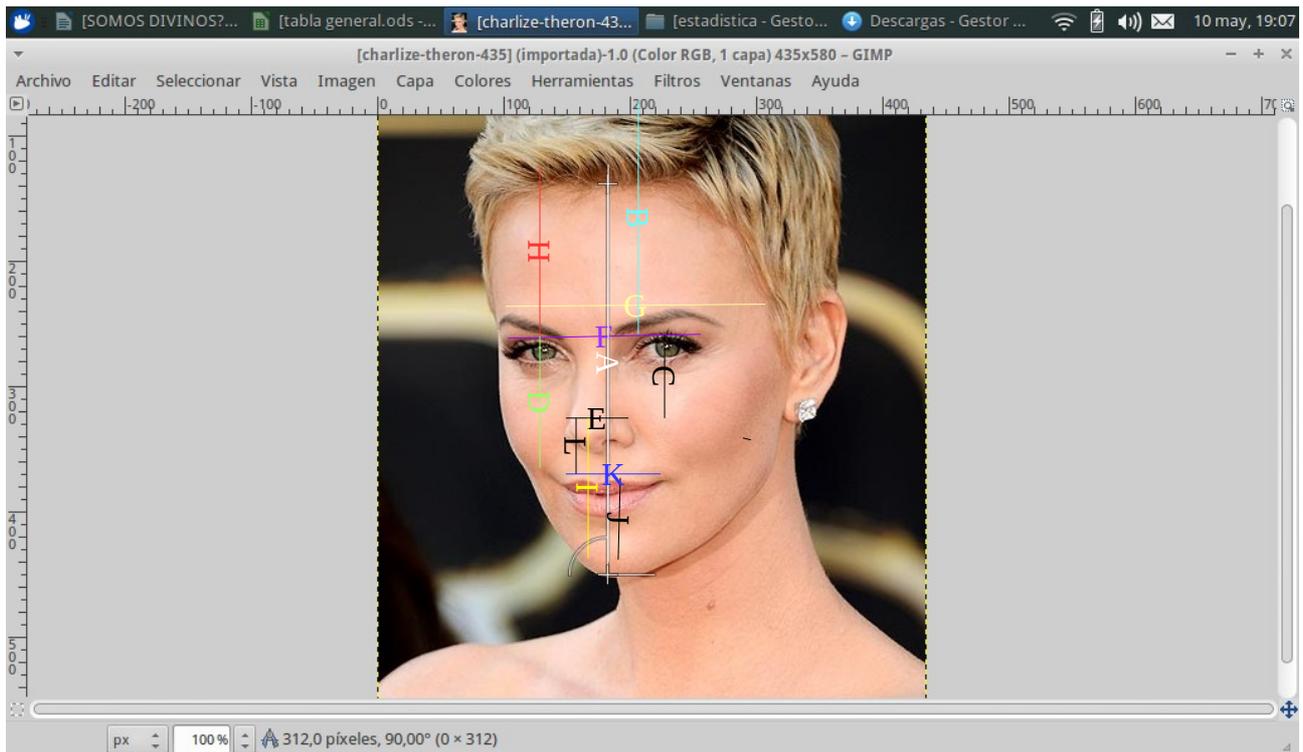
De todos los individuos que componen la muestra se ha tomado una fotografía para la correcta medición: las de los compañeros y los profesores las hemos hecho nosotros mismos y les hemos prometido que el estudio sería anónimo y que las fotos no se iban a publicar. Las demás las hemos buscado en Internet.

Los requisitos para poder tomar la foto era que tuvieran una expresión relajada, que la fotografía estuviera de frente, y que la cara estuviera despejada para poder tomar las medidas.

Las medidas las hemos realizado con el programa informático GIMP, usando la herramienta Medir. Este programa nos daba las medidas en píxeles y no en milímetros, como pensamos hacerlo en un principio, pero las unidades de medida no eran importantes, puesto que lo que íbamos a estudiar era la razón entre dos de ellas.

Se han tomado las siguientes medidas, en píxeles:

- |   |   |
|---|---|
| A: Parte superior de la cabeza hasta el mentón. | B: Parte superior de la cabeza hasta las pupilas. |
| C: Pupilas hasta la nariz.                      | D: Pupilas hasta el labio.                        |
| E: Ancho de la nariz.                           | F: Distancia externa entre los ojos.              |
| G: Ancho de la cabeza.                          | H: Nacimiento del cabello hasta la pupila.        |
| I: Punta de la nariz hasta el mentón.           | J: Labios hasta el mentón.                        |
| K: Largo de los labios.                         | L: Punta de la nariz hasta los labios.            |



Una vez tomadas las medidas, debíamos estudiar si las siguientes proporciones se acercaban o no al número de oro:

1. 
$$\frac{\text{Parte superior de la cabeza hasta el mentón}}{\text{Ancho de la cabeza}}$$
2. 
$$\frac{\text{Parte superior de la cabeza hasta las pupilas}}{\text{Pupilas hasta el labio}}$$
3. 
$$\frac{\text{Punta de la nariz hasta el mentón}}{\text{Labios hasta el mentón}}$$
4. 
$$\frac{\text{Punta de la nariz hasta el mentón}}{\text{Pupilas hasta la punta de la nariz}}$$
5. 
$$\frac{\text{Ancho de la nariz}}{\text{Punta de la nariz hasta los labios}}$$
6. 
$$\frac{\text{Distancia externa entre los ojos}}{\text{Nacimiento del cabello hasta la pupila}}$$
7. 
$$\frac{\text{Largo de los labios}}{\text{Ancho de la nariz}}$$

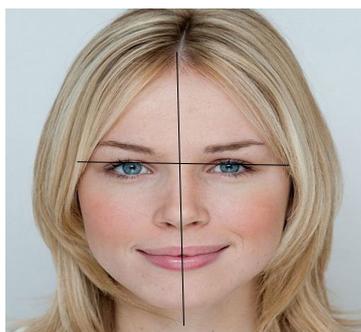
Las tablas donde se recogen las distintas medidas y proporciones que registramos se adjuntan en los anexos I y II.

## 4. Análisis de los datos

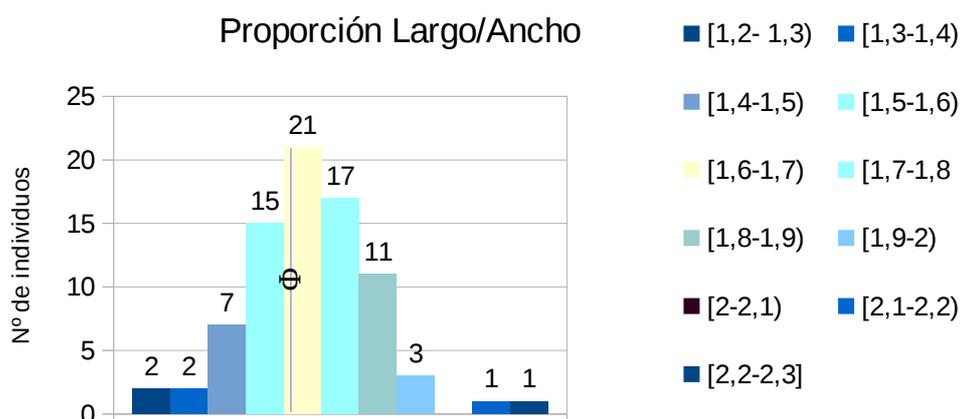
### 4.1 Análisis de cada proporción con los datos agrupados en intervalos

En primer lugar hemos agrupado los datos en intervalos para estudiar las proporciones ya descritas porque nos interesa conocer las medidas centrales (media, mediana y, en especial, la moda) y la dispersión de los datos.

#### 4.1.1 Largo de la cara/Ancho



Largo de la cara/Ancho	ni	fi	%	Ni	xi	ni·xi	ni·xi <sup>2</sup>
[1,2-1,3)	2	0,025	2,5	2	1,25	2,5	3,125
[1,3-1,4)	2	0,025	2,5	4	1,35	2,7	3,645
[1,4-1,5)	7	0,0875	8,75	11	1,45	10,15	14,7175
[1,5-1,6)	15	0,1875	18,75	26	1,55	23,25	36,0375
[1,6-1,7)	21	0,2625	26,25	47	1,65	34,65	57,1725
[1,7-1,8)	17	0,2125	21,25	64	1,75	29,75	52,0625
[1,8-1,9)	11	0,1375	13,75	75	1,85	20,35	37,6475
[1,9-2)	3	0,0375	3,75	78	1,95	5,85	11,4075
[2-2,1)	0	0	0	78	2,05	0	0
[2,1-2,2)	1	0,0125	1,25	79	2,15	2,15	4,6225
[2,2-2,3]	1	0,0125	1,25	80	2,25	2,25	5,0625
	80		100			133,6	225,5



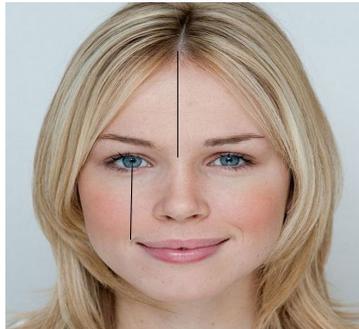
En la tabla se puede apreciar que la mayoría de los datos, un 26,25%, se encuentran en el intervalo, [1,6-1,7) que, por lo tanto, es el Intervalo Modal. También en el mismo intervalo están la Media Aritmética  $\bar{X} = \frac{133,6}{80} = 1,67$  y la Mediana. Este es un buen comienzo porque

precisamente es el intervalo que contiene al número de oro  $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1,618$ .

El Rango es de 1,1 y la Desviación Típica  $\sigma = \sqrt{\frac{225,5}{80} - 1,67^2} = 0,1738$ .

Todos esto indica que la media de las proporciones entre el largo y el ancho de la cara en los individuos estudiados se acerca al número de oro, y los datos se distribuyen en torno a la media con una desviación típica de 0,1738. De esta manera podemos afirmar que el rostro humano queda enmarcado en un rectángulo de Divina Proporción.

#### 4.1.2 Parte superior de la cabeza hasta las pupilas/ Pupilas al labio

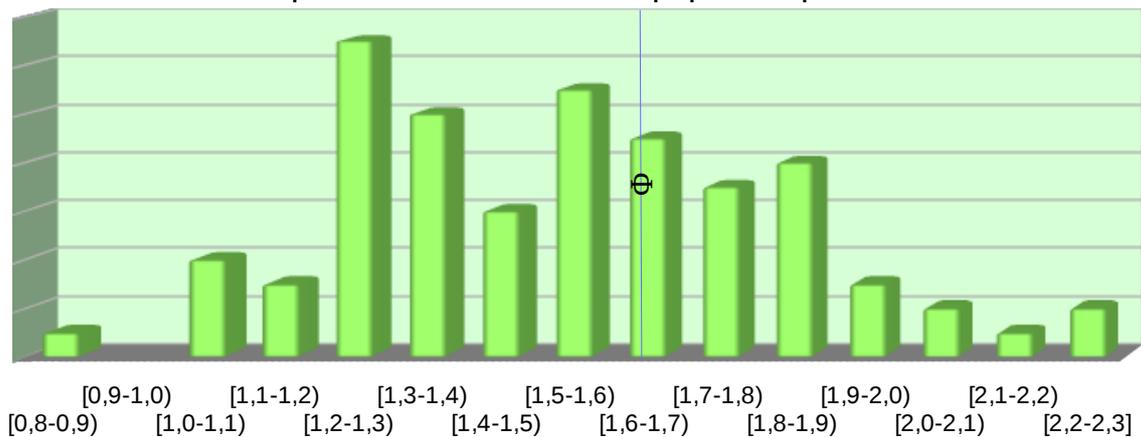


	xi	ni	fi	%	Ni	ni·xi
[0,8-0,9)	0,85	1	0,0125	1,25	1	0,85
[0,9-1,0)	0,95	0	0	0	1	0
[1,0-1,1)	1,05	4	0,05	5	5	4,2
[1,1-1,2)	1,15	3	0,0375	3,75	8	3,45
[1,2-1,3)	1,25	13	0,1625	16,25	21	16,25
[1,3-1,4)	1,35	10	0,125	12,5	31	13,5
[1,4-1,5)	1,45	6	0,075	7,5	37	8,7
[1,5-1,6)	1,55	11	0,1375	13,75	48	17,05
[1,6-1,7)	1,65	9	0,1125	11,25	57	14,85
[1,7-1,8)	1,75	7	0,0875	8,75	64	12,25
[1,8-1,9)	1,85	8	0,1	10	72	14,8
[1,9-2,0)	1,95	3	0,0375	3,75	75	5,85
[2,0-2,1)	2,05	2	0,025	2,5	77	4,1
[2,1-2,2)	2,15	1	0,0125	1,25	78	2,15
[2,2-2,3]	2,25	2	0,025	2,5	80	4,5
		80	1	100		122,5

La Media Aritmética obtenida al estudiar esta proporción ha sido  $\bar{X} = \frac{122,5}{80} = 1,53125$ ,

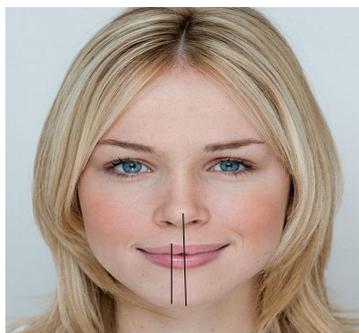
la Mediana está en el intervalo [1,5-1,6) y el intervalo modal es el [1,2-1,3), así que podemos apreciar que la proporción media obtenida es ligeramente inferior a la Divina Proporción, y que la mayoría de las observaciones, que están recogidas en el intervalo modal, están hasta 4 décimas por debajo de  $\Phi$ .

## Parte superior de la cabeza a la pupila/ Pupila al labio



Como se puede ver en el gráfico, el Rango de valores obtenidos es de 1,5, variando desde 0,8 la menor proporción registrada hasta 2,3 la mayor. La Desviación Típica ha sido  $\sigma = \sqrt{\frac{194,56}{80} - 1,53^2} = 0,2954$ . La dispersión de estos datos es mayor que la proporción entre el largo y el ancho de la cara.

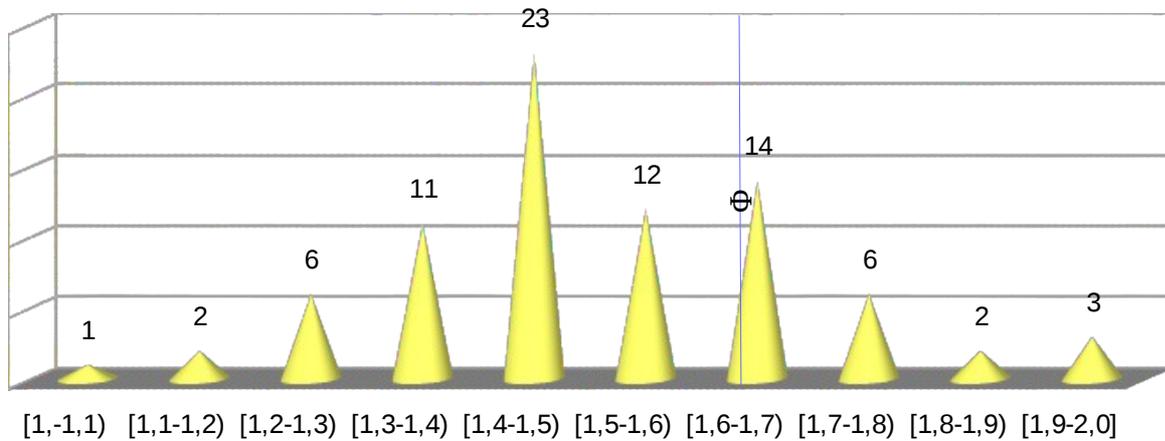
## 4.1.3 Punta de la nariz hasta el mentón/ Labios hasta el mentón



	xi	ni	fi	%	Ni	ni·xi	ni·xi <sup>2</sup>
[1-1,1)	1,05	1	0,0125	1,25	1	1,05	1,1025
[1,1-1,2)	1,15	2	0,025	2,5	3	2,3	2,645
[1,2-1,3)	1,25	6	0,075	7,5	9	7,5	9,375
[1,3-1,4)	1,35	11	0,1375	13,75	20	14,85	20,0475
[1,4-1,5)	1,45	23	0,2875	28,75	43	33,35	48,3575
[1,5-1,6)	1,55	12	0,15	15	55	18,6	28,83
[1,6-1,7)	1,65	14	0,175	17,5	69	23,1	38,115
[1,7-1,8)	1,75	6	0,075	7,5	75	10,5	18,375
[1,8-1,9)	1,85	2	0,025	2,5	77	3,7	6,845
[1,9-2,0]	1,95	3	0,0375	3,75	80	5,85	11,4075
		80	1	100		120,8	185,1

La Media Aritmética obtenida en esta proporción ha sido de  $\bar{X} = \frac{120,8}{80} = 1,51$ , casi una décima inferior a la Divina Proporción. El intervalo mediano es [1,4-1,5), que también es el intervalo modal, recogiendo un 28,75% de los datos, con lo cual Mediana y Moda también son valores un poco inferiores al número  $\Phi$ .

## Nariz a mentón/Labios a mentón



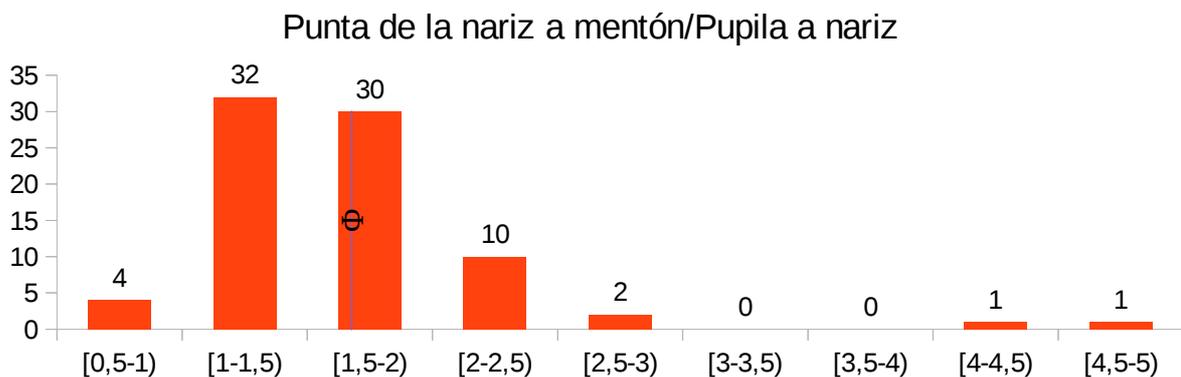
Los valores varían entre 1 y 2, es decir, el rango es 1. La desviación típica que hemos obtenido en este caso es de  $\sigma = \sqrt{\frac{185,1}{80} - 1,51^2} = 0,1834$ . En este caso la dispersión de los datos no es muy grande, no llegando a dos décimas por término medio.

## 4.1.4 Punta de la nariz al mentón/Pupilas a la punta de la nariz



	xi	ni	fi	%	Ni	ni·xi	ni·xi <sup>2</sup>
[0,5-1)	0,75	4	0,05	5	4	3	2,25
[1-1,5)	1,25	32	0,4	40	36	40	50
[1,5-2)	1,75	30	0,375	37,5	66	52,5	91,875
[2-2,5)	2,25	10	0,125	12,5	76	22,5	50,625
[2,5-3)	2,75	2	0,025	2,5	78	5,5	15,125
[3-3,5)	3,25	0	0	0	78	0	0
[3,5-4)	3,75	0	0	0	78	0	0
[4-4,5)	4,25	1	0,0125	1,25	79	4,25	18,0625
[4,5-5)	4,75	1	0,0125	1,25	80	4,75	22,5625
		80	1	100		132,5	250,5

La Media Aritmética es de  $\bar{X} = \frac{132,5}{80} = 1,65625$ , que está bastante cerca de la Divina Proporción. También  $\Phi$  está contenido en el intervalo mediano, que es el [1,5-2). Esto significa que casi la mitad de los rostros observados nos dan una razón menor que  $\Phi$ , y la otra mitad mayor. Sin embargo, la mayor parte de los datos, un 40%, están contenidos en el intervalo modal [1-1,5), así que la relación entre las distancias desde la punta de la nariz al mentón y desde las pupilas hasta la punta de la nariz son en la mayoría de los casos menores que la Divina Proporción.



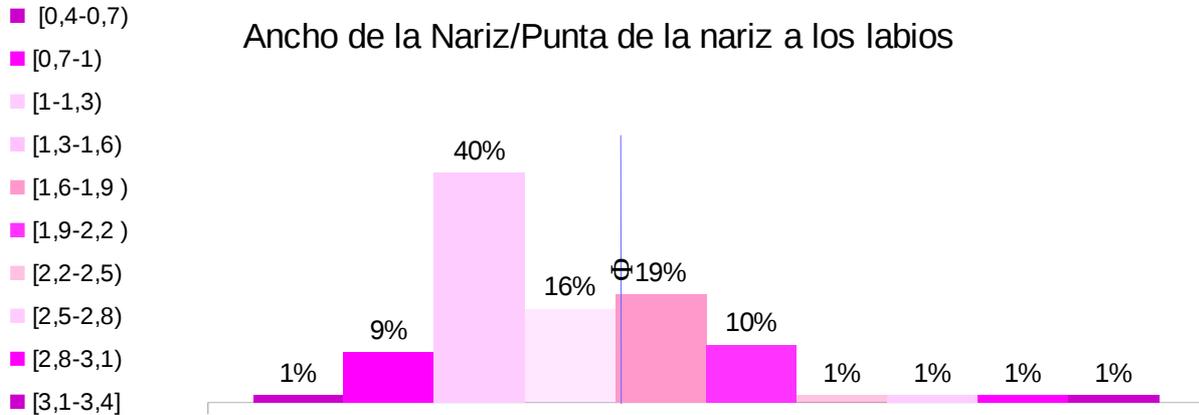
En este caso hemos obtenido algunas proporciones muy alejadas de los valores centrales. El Rango es de 4,5 unidades, lo cual es mucho tratándose de una proporción. La Desviación Típica de esta distribución es  $\sigma = \sqrt{\frac{250,5}{80} - 1,65625^2} = 0,6230$ , la mayor de todas las que hemos obtenido, y es que es la distribución en la que se encuentran valores más alejados de la media aritmética.

#### 4.1.5 Ancho de la nariz/ Punta de la nariz a los labios



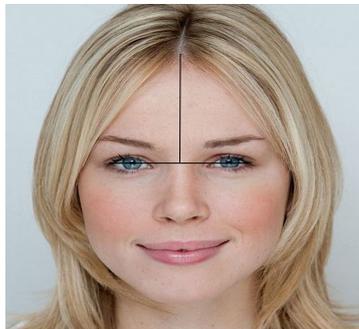
	xi	ni	fi	%	Ni	ni·xi	ni·xi <sup>2</sup>
[0,4-0,7)	0,55	1	0,0125	1,25	1	0,55	0,3025
[0,7-1)	0,85	7	0,0875	8,75	8	5,95	5,0575
[1-1,3)	1,15	32	0,4	40	40	36,8	42,32
[1,3-1,6)	1,45	13	0,1625	16,25	53	18,85	27,3325
[1,6-1,9)	1,75	15	0,1875	18,75	68	26,25	45,9375
[1,9-2,2)	2,05	8	0,1	10	76	16,4	33,62
[2,2-2,5)	2,35	1	0,0125	1,25	77	2,35	5,5225
[2,5-2,8)	2,65	1	0,0125	1,25	78	2,65	7,0225
[2,8-3,1)	2,95	1	0,0125	1,25	79	2,95	8,7025
[3,1-3,4)	3,25	1	0,0125	1,25	80	3,25	10,5625
		80	1	100		116	186,38

La Media Aritmética obtenida es de  $\bar{X} = \frac{116}{80} = 1,45$ , casi 2 décimas por debajo de la Divina Proporción  $\Phi$ . La Mediana está en el intervalo [1,3-1,6), que también es el intervalo modal, es decir, el intervalo donde se concentra el mayor número de datos.



El Rango de datos es muy amplio, de 3 unidades, variando las proporciones de los individuos entre 0,4 y 3,4. La Desviación Típica es  $\sigma = \sqrt{\frac{186,38}{80} - 1,45^2} = 0,4767$ , una de las mayores que hemos obtenido, lo que indica que los datos están muy dispersos y alejados de su media.

#### 4.1.6 Distancia externa entre los ojos/ Nacimiento del pelo hasta la pupila



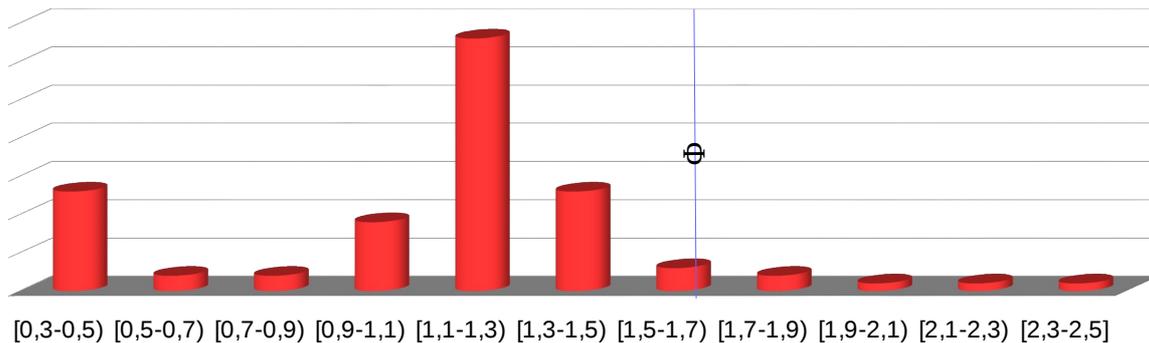
	<b>xi</b>	<b>ni</b>	<b>fi</b>	<b>%</b>	<b>Ni</b>	<b>ni·xi</b>	<b>ni·xi<sup>2</sup></b>
[0,3-0,5)	0,4	13	0,1625	16,25	13	5,2	2,08
[0,5-0,7)	0,6	2	0,025	2,5	15	1,2	0,72
[0,7-0,9)	0,8	2	0,025	2,5	17	1,6	1,28
[0,9-1,1)	1	9	0,1125	11,25	26	9	9
[1,1-1,3)	1,2	33	0,4125	41,25	59	39,6	47,52
[1,3-1,5)	1,4	13	0,1625	16,25	72	18,2	25,48
[1,5-1,7)	1,6	3	0,0375	3,75	75	4,8	7,68
[1,7-1,9)	1,8	2	0,025	2,5	77	3,6	6,48
[1,9-2,1)	2	1	0,0125	1,25	78	2	4
[2,1-2,3)	2,2	1	0,0125	1,25	79	2,2	4,84
[2,3-2,5]	2,4	1	0,0125	1,25	80	2,4	5,76
		80	1	100		89,8	114,84

La Media Aritmética obtenida ha sido de  $\bar{X} = \frac{89,8}{80} = 1,1225$ , hasta ahora la más alejada es

por debajo de la Divina Proporción. También La Mediana y la Moda de la distribución que se encuentran en el mismo intervalo están muy alejadas [1,1- 1,3).

El Rango de Valores es amplio, de 2,2 unidades, tomando la variable valores comprendidos entre 0,3 y 2,5. La desviación Típica ha sido de  $\sigma = \sqrt{\frac{114,89}{80} - 1,1225^2} = 0,4189$  que, como en la proporción Ancho de la Nariz/ Distancia de la punta de la nariz a los labios, es una de las mayores obtenidas, lo cual significa que los datos, por término medio, se alejan 4 décimas de su valor medio.

Distancia externa de los ojos/Nacimiento del cabello a las pupilas



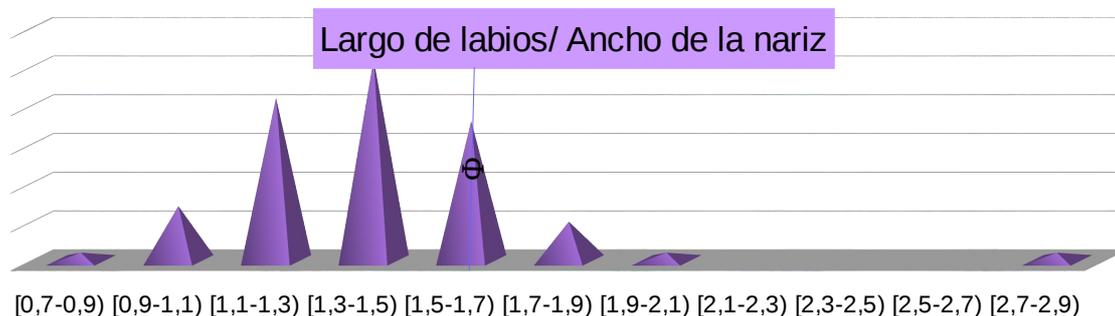
#### 4.1.7 Largo de los labios/ Ancho de la nariz



	xi	ni	fi	%	Ni	ni·xi	ni·xi <sup>2</sup>
[0,7-0,9)	0,8	1	0,0125	1,25	1	0,8	0,64
[0,9-1,1)	1	7	0,0875	8,75	8	7	7
[1,1-1,3)	1,2	21	0,2625	26,25	29	25,2	30,24
[1,3-1,5)	1,4	26	0,325	32,5	55	36,4	50,96
[1,5-1,7)	1,6	18	0,225	22,5	73	28,8	46,08
[1,7-1,9)	1,8	5	0,0625	6,25	78	9	16,2
[1,9-2,1)	2	1	0,0125	1,25	79	2	4
[2,1-2,3)	2,2	0	0	0	79	0	0
[2,3-2,5)	2,4	0	0	0	79	0	0
[2,5-2,7)	2,6	0	0	0	79	0	0
[2,7-2,9)	2,8	1	0,0125	1,25	80	2,8	7,84
		80	1	100		112	162,96

En esta ocasión la Media Aritmética obtenida ha sido de  $\bar{X} = \frac{112}{80} = 1,4$ , casi 2

décimas menor que la Divina Proporción. La Mediana está comprendida entre 1,3 y 1,5 y también la Moda.



El Rango de valores obtenido ha sido 2,2. Este es un valor grande, porque hemos obtenido proporciones comprendidas entre 0,7 y 2,9, aunque estos valores extremos están bastante aislados. La Desviación Típica ha sido de  $\sigma = \sqrt{\frac{162,96}{80} - 1,4^2} = 0,2774$ .

#### 4.2 Análisis conjunto con los datos sin agrupar

Agrupar los datos en intervalos era necesario para observar los valores que habíamos obtenido con mayor frecuencia y determinar el intervalo modal en cada una de las proporciones estudiadas. Sin embargo, al tratar las proporciones como variables continuas (que lo son) se pierde cierta información de la obtenida en la muestra. Y es que con la hoja de cálculo es muy fácil calcular algunos parámetros sin necesidad de agruparlos.

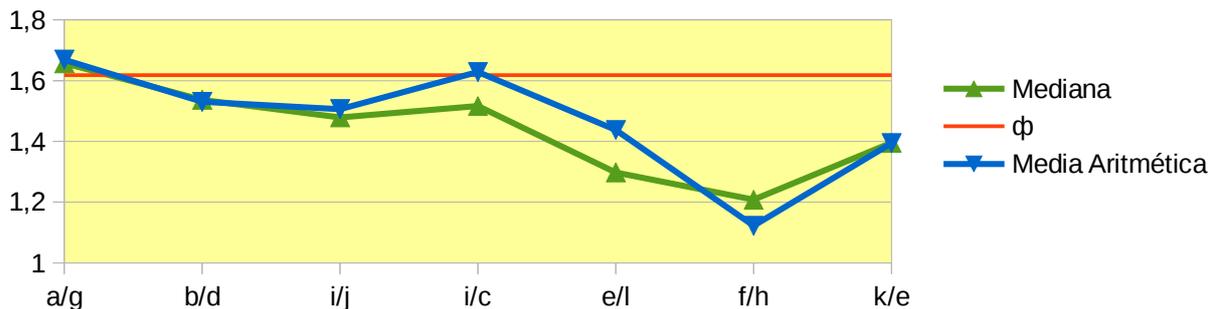
En la siguiente tabla se muestran los valores máximo y mínimo que hemos obtenido para cada proporción estudiada, la Media Aritmética, la Mediana, el Rango y la Desviación Típica. No hemos estudiado la Moda, porque las proporciones eran todas distintas entre sí, y no tiene interés.

	A/G	B/D	I/J	I/C	E/L	F/H	K/E
$X_{\max}$	2,264	2,251	4,500	4,517	3,110	2,400	2,909
$X_{\min}$	1,221	0,805	1,000	0,574	0,458	0,220	0,778
$\bar{X}_{\text{media}}$	<b>1,669</b>	<b>1,530</b>	<b>1,543</b>	<b>1,628</b>	<b>1,432</b>	<b>1,089</b>	<b>1,406</b>
<b>Mediana</b>	<b>1,657</b>	<b>1,537</b>	<b>1,479</b>	<b>1,516</b>	<b>1,298</b>	<b>1,204</b>	<b>1,395</b>
<b>Rango</b>	1,043	1,446	3,500	3,943	2,652	2,180	2,131
<b>Desv. Típica</b>	<b>0,178</b>	<b>0,291</b>	<b>0,384</b>	<b>0,616</b>	<b>0,486</b>	<b>0,446</b>	<b>0,308</b>

Como podemos observar, los valores de la Media Aritmética y la Desviación Típica son muy similares a los obtenidos cuando agrupamos los datos en intervalos, pero ahora están calculados directamente con los datos muestrales.

LEYENDA:	
A: Parte superior de la cabeza hasta el mentón.	B: Parte superior de la cabeza hasta las pupilas.
C: Pupilas hasta la nariz.	D: Pupilas hasta el labio.
E: Ancho de la nariz.	F: Distancia externa entre los ojos.
G: Ancho de la cabeza.	H: Nacimiento del cabello hasta la pupila.
I: Punta de la nariz hasta el mentón.	J: Labios hasta el mentón.
K: Largo de los labios.	L: Punta de la nariz hasta los labios.

## MEDIDAS CENTRALES: MEDIA ARITMÉTICA Y MEDIANA



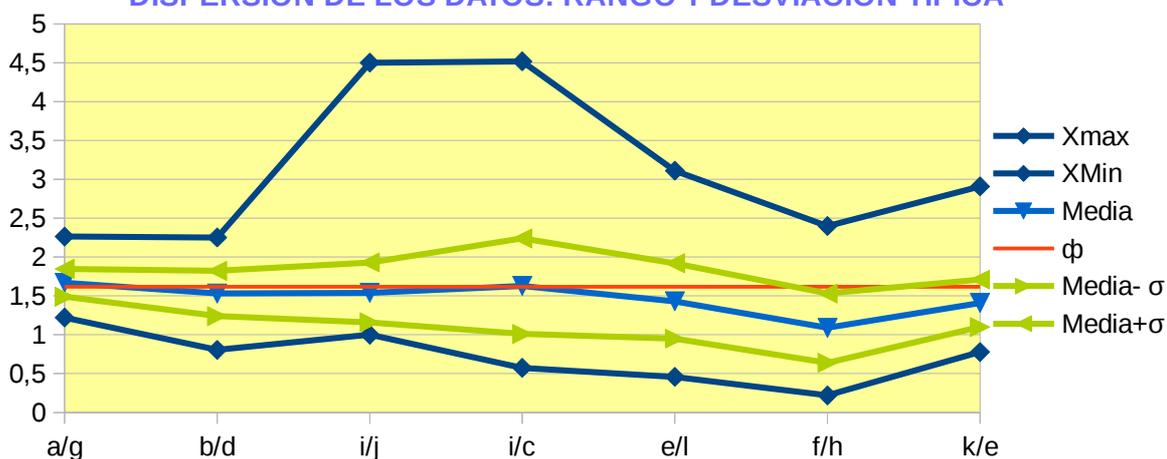
Como se puede observar, las proporciones donde la Media Aritmética se acerca más al número de oro  $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1,618$ , son la primera y la cuarta, es decir: A/G: *Largo- Ancho de la cara* e I/C: *Punta de la nariz hasta el mentón- Pupilas hasta la nariz..*

La Mediana se acerca bastante al número áureo en la primera proporción estudiada. Esto quiere decir que en casi la mitad de los individuos, la proporción A/G: *Largo- Ancho de la cara* es inferior a 1,657 (un valor muy próximo a  $\Phi$ ), y en la otra mitad superior. Le sigue en cercanía la Mediana de la distribución B/D: *Parte superior de la cabeza hasta las pupilas/ Pupilas hasta el labio*, con un valor de 1,537. En el resto de las proporciones  $\Phi$  no parece ser un valor central.

Donde tanto la Media Aritmética como la Mediana parecen alejarse más del número de oro es en la proporción: F/H: *Distancia externa entre los ojos- Nacimiento del cabello hasta la pupila*.

Es interesante resaltar que los dos valores centrales obtenidos en las 5 de las 7 proporciones estudiadas son inferiores al número de oro 1,618.

## DISPERSIÓN DE LOS DATOS: RANGO Y DESVIACIÓN TÍPICA



El Rango de los valores obtenidos ha sido inferior en la medida A/G: *Largo- Ancho de la cara*, seguido de B/D: *Parte superior de la cabeza hasta las pupilas- Pupilas hasta el labio*. Por el contrario, el Rango es mayor al medir las relaciones I/C: *Punta de la nariz hasta el mentón- Pupilas hasta la punta de la nariz* y I/J: *Punta de la nariz hasta el mentón/ Labios hasta el mentón*.

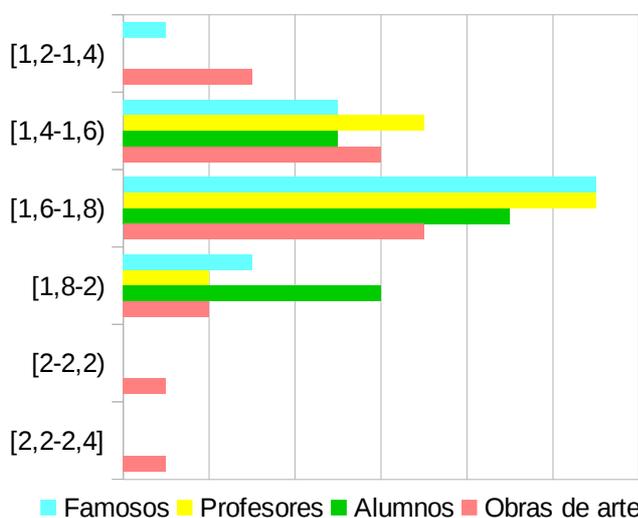
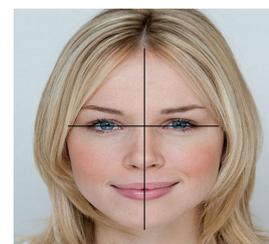
También ocurre que donde menor Desviación Típica hemos encontrado es al estudiar la proporción A/G: *Largo- Ancho de la cara*, seguida de la de B/D: *Parte superior de la cabeza hasta las pupilas- Pupilas hasta el labio* y K/E: *Largo de los labios/Ancho de la nariz*. Esto significa que en los individuos estudiados estos datos son los que están más agrupados en torno a su media. Incluso en la última proporción, K/E, donde la media aritmética nos ha salido 1,39, una de las más alejadas al número áureo. Por el contrario, en la proporción I/C: *Punta de la nariz hasta el mentón- Pupilas hasta la punta de la nariz* los datos están más dispersos que en ninguna otra.

### 4.3 Análisis por estratos con los datos agrupados en intervalos

Vamos a estudiar ahora los datos obtenidos en cada estrato para poder comparar los resultados, y comprobar quiénes, si los alumnos, los profesores, los famosos o las obras de arte, esconden en su rostro la Divina Proporción. En primer lugar, los agruparemos en intervalos para poder estudiar los intervalos modales, y más tarde analizaremos los resultados obtenidos directamente de la muestra.

#### 4.3.1 A/G: Largo/Ancho de la cara

Famosos	ni	xi	fi	%	ni*xi	ni*xi <sup>2</sup>		
[1,2-1,4)	1	1,3	0,05	5	1,3	1,69	Media=	1,660
[1,4-1,6)	5	1,5	0,25	25	7,5	11,25	Desv. Típ	0,150
[1,6-1,8)	11	1,7	0,55	55	18,7	31,79		
[1,8-2]	3	1,9	0,15	15	5,7	10,83		
	20		1	100	33,2	55,56		
<b>Profesores</b>								
[1,4-1,6)	7	1,5	0,35	35	10,5	15,75	Media=	1,650
[1,6-1,8)	11	1,7	0,55	55	18,7	31,79	Desv. Típ	0,124
[1,8-2]	2	1,9	0,1	10	3,8	7,22		
	20		1	100	33	54,76		
<b>Alumnos</b>								
[1,4-1,6)	5	1,5	0,25	25	7,5	11,25	Media=	1,710
[1,6-1,8)	9	1,7	0,45	45	15,3	26,01	Desv. Típ	0,148
[1,8-2]	6	1,9	0,3	30	11,4	21,66		
	20		1	100	34,2	58,92		
<b>Obras de arte</b>								
[1,2-1,4)	3	1,3	0,15	15	3,9	5,07		
[1,4-1,6)	6	1,5	0,3	30	9	13,5	Media=	1,650
[1,6-1,8)	7	1,7	0,35	35	11,9	20,23	Desv. Típ	0,252
[1,8-2)	2	1,9	0,1	10	3,8	7,22		
[2-2,2)	1	2,1	0,05	5	2,1	4,41		
[2,2-2,4]	1	2,3	0,05	5	2,3	5,29		
	20	10,8	1	100	33	55,72		



Como se puede observar en la primera relación de medidas, las medias de los 4 estratos están bastante aproximadas al número de oro, teniendo una desviación típica no demasiado grande. Los profesores y las obras de arte son los más próximos al número de oro aunque los otros dos estratos no están muy alejados.

El intervalo que contiene a  $\Phi$  coincide con el intervalo modal en los 4 estratos, pero es en el grupo de los profesores, seguido muy de cerca por el de los famosos, donde la mayor parte de los datos está concentrada en el intervalo [1,6-1,8).

### 4.3.2 B/D: Parte superior de la cabeza a pupilas/ Pupilas hasta el labio

Los resultados de esta segunda relación están un poco más alejados de la proporción áurea. En ésta los estratos más aproximados son los alumnos y los famosos. Con solo estas dos preguntas ya podemos afirmar que no siempre los mismos subgrupos se acercan al número de oro.

Cabe también destacar que, aunque la distribución de esta proporción en los alumnos es trimodal, uno de los intervalos modales contiene al número áureo, mientras las modas de los otros estratos son inferiores a  $\Phi$ .

Famosos	ni	xi	fi	%	ni*xi	ni*xi <sup>2</sup>
[1,2-1,4)	3	1,3	0,15	15	3,9	5,07
[1,4-1,6)	2	1,5	0,1	10	3	4,5
[1,6-1,8)	6	1,7	0,3	30	10,2	17,34
[1,8-2)	5	1,9	0,25	25	9,5	18,05
[2-2,2)	2	2,1	0,1	10	4,2	8,82
[2,2-2,4]	2	2,3	0,1	10	4,6	10,58
<b>Profesores</b>	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>35,4</b>	<b>64,36</b>
[1-1,2)	3	1,1	0,15	15	3,3	3,63
[1,2-1,4)	8	1,3	0,4	40	10,4	13,52
[1,4-1,6)	7	1,5	0,35	35	10,5	15,75
[1,6-1,8)	2	1,7	0,1	10	3,4	5,78
[1,8-2]	0	1,9	0	0	0	0
	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>27,6</b>	<b>38,68</b>
<b>Alumnos</b>	<b>ni</b>	<b>xi</b>	<b>fi</b>	<b>%</b>	<b>ni*xi</b>	<b>ni*xi<sup>2</sup></b>
[1-1,2)	1	1,1	0,05	5	1,1	1,21
[1,2-1,4)	5	1,3	0,25	25	6,5	8,45
[1,4-1,6)	4	1,5	0,2	20	6	9
[1,6-1,8)	5	1,7	0,25	25	8,5	14,45
[1,8-2]	5	1,9	0,25	25	9,5	18,05
	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>31,6</b>	<b>51,16</b>
<b>Obras de arte</b>						
[0,8-1)	1	0,9	0,05	5	0,90	0,81
[1-1,2)	3	1,1	0,15	15	3,30	3,63
[1,2-1,4)	7	1,3	0,35	35	9,10	11,83
[1,4-1,6)	4	1,5	0,2	20	6,00	9,00
[1,6-1,8)	3	1,7	0,15	15	5,10	8,67
[1,8-2)	1	1,9	0,05	5	1,90	3,61
[2-2,2]	1	2,1	0,05	5	2,10	4,41
	<b>20</b>	<b>10,5</b>	<b>1</b>	<b>100</b>	<b>28,40</b>	<b>41,96</b>

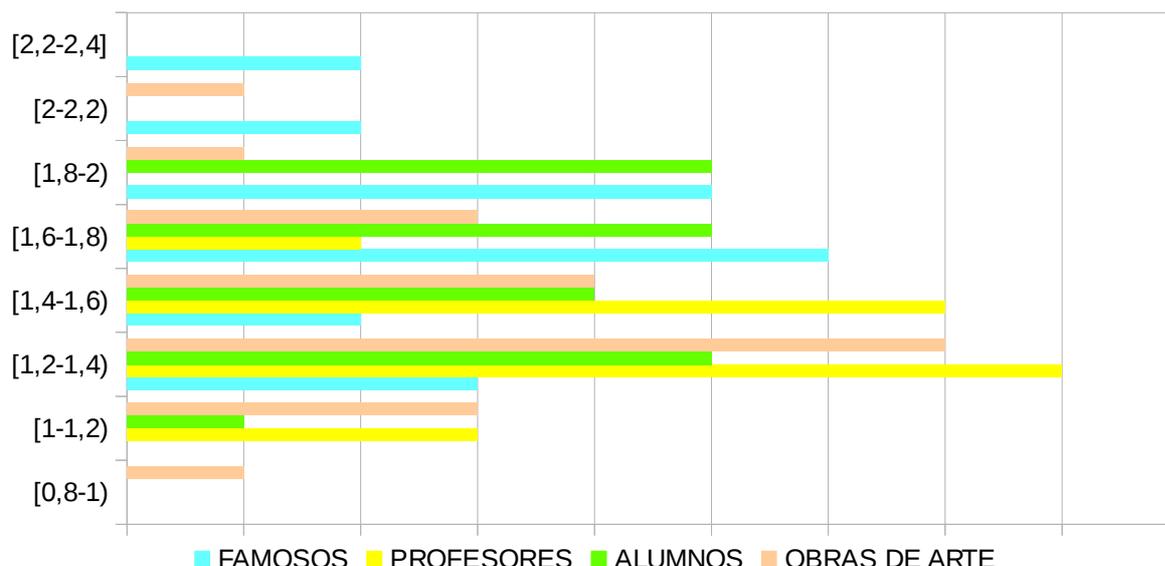


MEDIA	1,770
Desv. Tí	0,292

MEDIA	1,380
Desv. Tí	0,172

MEDIA	1,580
Desv. Tí	0,248

MEDIA	1,420
Desv. Tí	0,286



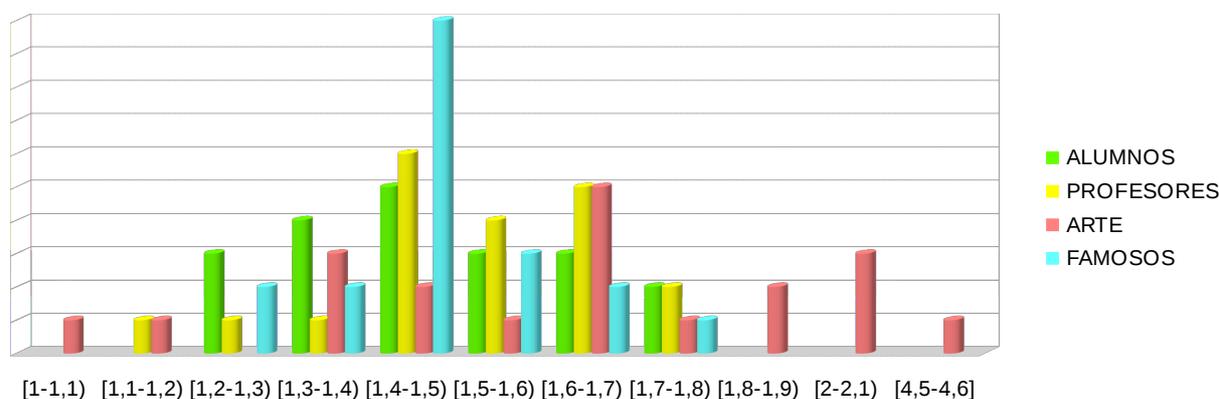
### 4.3.3 I/J: Punta de la nariz hasta el mentón/ Labios hasta el mentón

En esta nueva medición se puede ver cómo los datos no se acercan demasiado al número de oro. Las Medias de los tres primeros estratos son inferiores a  $\Phi \cong 1,618$ . Sólo las obras de arte tienen una media que lo supera, debido quizás a un dato muy aislado del resto, que nos arroja una razón superior a 4,5.

Famosos	ni	xi	fi	%	ni·xi	ni·xi <sup>2</sup>		
[1,2-1,3)	2	1,25	0,1	10	2,5	3,125		
[1,3-1,4)	2	1,35	0,1	10	2,7	3,645		
[1,4-1,5)	10	1,45	0,5	50	14,5	21,025		
[1,5-1,6)	3	1,55	0,15	15	4,65	7,2075		
[1,6-1,7)	2	1,65	0,1	10	3,3	5,445		
[1,7-1,8]	1	1,75	0,05	5	1,75	3,0625		
	20		1	100	29,4	43,51		
<b>Profesores</b>								
[1,1-1,2)	1	1,15	0,05	5	1,15	1,3225		
[1,2-1,3)	1	1,25	0,05	5	1,25	1,5625		
[1,3-1,4)	1	1,35	0,05	5	1,35	1,8225		
[1,4-1,5)	6	1,45	0,3	30	8,7	12,615	<b>MEDIA</b>	<b>1,470</b>
[1,5-1,6)	4	1,55	0,2	20	6,2	9,61	<b>DES. TIP.</b>	<b>0,121</b>
[1,6-1,7)	5	1,65	0,25	25	8,25	13,613		
[1,7-1,8)	2	1,75	0,1	10	3,5	6,125	<b>MEDIA</b>	<b>1,520</b>
	20		1	100	30,4	46,67	<b>DES. TIP.</b>	<b>0,152</b>
<b>Alumnos</b>								
[1,2-1,3)	3	1,25	0,15	15	3,75	4,6875	<b>MEDIA</b>	<b>1,475</b>
[1,3-1,4)	4	1,35	0,2	20	5,4	7,29	<b>DES. TIP.</b>	<b>0,155</b>
[1,4-1,5)	5	1,45	0,25	25	7,25	10,513		
[1,5-1,6)	3	1,55	0,15	15	4,65	7,2075	<b>MEDIA</b>	<b>1,755</b>
[1,6-1,7)	3	1,65	0,15	15	4,95	8,1675	<b>DES. TIP.</b>	<b>0,697</b>
[1,7-1,8)	2	1,75	0,1	10	3,5	6,125		
[1,8-1,9)	0	1,85	0	0	0	0		
	20		1	100	29,5	43,99		
<b>Obras de arte</b>								
[1-1,1)	1	1,05	0,05	5	1,05	1,1025		
[1,1-1,2)	1	1,15	0,05	5	1,15	1,3225		
[1,2-1,3)	0	1,25	0	0	0	0		
[1,3-1,4)	3	1,35	0,15	15	4,05	5,4675		
[1,4-1,5)	2	1,45	0,1	10	2,9	4,205		
[1,5-1,6)	1	1,55	0,05	5	1,55	2,4025		
[1,6-1,7)	5	1,65	0,25	25	8,25	13,613		
[1,7-1,8)	1	1,75	0,05	5	1,75	3,0625		
[1,8-1,9)	2	1,85	0,1	10	3,7	6,845		
[1,9-2)	0	1,95	0	0	0	0		
[2-2,1)	3	2,05	0,15	15	6,15	12,608		
[4,5-4,6]	1	4,55	0,05	5	4,55	20,703		
	20		1	100	35,1	71,33		



También en el gráfico podemos apreciar cómo los datos de los famosos presentan una razón entre estas dos medidas bastante inferior al número de oro, concentrándose la mayoría de las proporciones obtenidas, un 50%, entre 1,4 y 1,5. Este también es el intervalo modal en profesores y alumnos, lo cual parece indicar que esta proporción es inferior al número áureo.



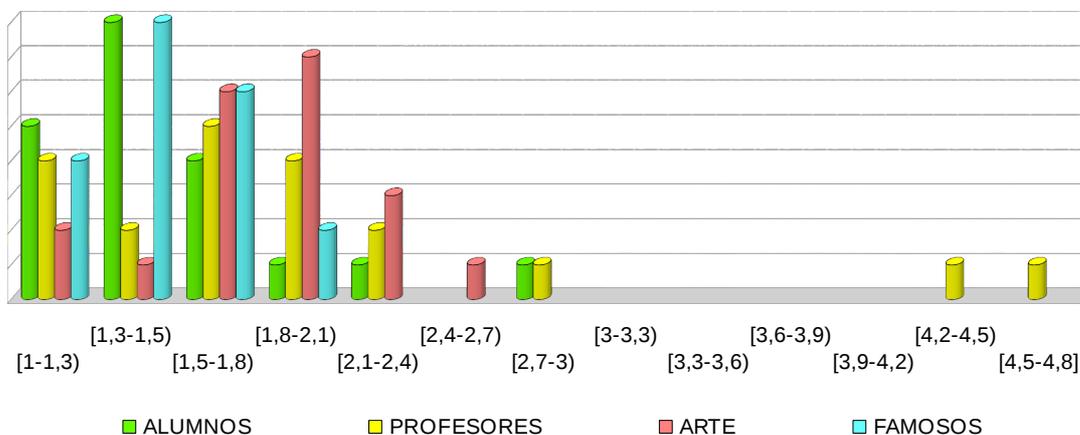
### 4.3.4 I/C: Punta de la nariz hasta el mentón/ Pupilas hasta la punta de la nariz

En la siguiente tabla podemos observar que los resultados están bastante dispersos y algunos de ellos muy alejados del número de oro. Las media aritmética de los alumnos seguida de la de los famosos son las que más se acercan al número áureo, pero son menores que él.

Nos sorprende la media de los profesores, que es muy superior al número de oro, y es que al tomar los datos nos encontramos con medidas cuya proporción era superior a 4. Analizando las posibles causas hemos visto un par de fotografías que no tenían la perspectiva adecuada.

En cuanto a las modas, la de alumnos y famosos está comprendida entre 1,3 y 1,5, mientras que la de los profesores se encuentra entre 1,5 y 1,8, más cercana al número áureo. En las obras de arte se está entre 1,8 y 2,1, mayor que  $\Phi$ .

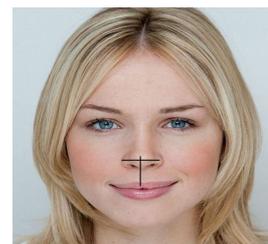
Famosos	ni	xi	fi	%	ni·xi	ni·xi <sup>2</sup>		
[1-1,3)	4	1,15	0,2	20	4,6	5,29		
[1,3-1,5)	8	1,4	0,4	40	11,2	15,68		
[1,5-1,8)	6	1,65	0,3	30	9,9	16,335		
[1,8-2,1)	2	1,95	0,1	10	3,9	7,605		
<b>Profesores</b>	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>29,6</b>	<b>44,91</b>		
[1-1,3)	4	1,15	0,2	20	4,6	5,29		
[1,3-1,5)	2	1,4	0,1	10	2,8	3,92		
[1,5-1,8)	5	1,65	0,25	25	8,25	13,613		
[1,8-2,1)	4	1,95	0,2	20	7,8	15,21		
[2,1-2,4)	2	2,25	0,1	10	4,5	10,125		
[2,4-2,7)	0	2,55	0	0	0	0		
[2,7-3)	1	2,85	0,05	5	2,85	8,1225	<b>MEDIA</b>	<b>1,48</b>
[4,2-4,5)	1	4,35	0,05	5	4,35	18,923	<b>Desv.Ti</b>	<b>0,2347338919</b>
[4,5-4,8)	1	4,65	0,05	5	4,65	21,623		
<b>Alumnos</b>	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>39,8</b>	<b>96,825</b>	<b>MEDIA</b>	<b>1,99</b>
[1-1,3)	5	1,15	0,25	25	5,75	6,6125	<b>Desv.Ti</b>	<b>0,9386959039</b>
[1,3-1,5)	8	1,4	0,4	40	11,2	15,68		
[1,5-1,8)	4	1,65	0,2	20	6,6	10,89	<b>MEDIA</b>	<b>1,53</b>
[1,8-2,1)	1	1,95	0,05	5	1,95	3,8025	<b>Desv.Ti</b>	<b>0,4093897898</b>
[2,1-2,4)	1	2,25	0,05	5	2,25	5,0625		
[2,4-2,7)	0	2,55	0	0	0	0	<b>MEDIA</b>	<b>1,8275</b>
[2,7-3]	1	2,85	0,05	5	2,85	8,1225	<b>Desv.Ti</b>	<b>0,3501696018</b>
	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>30,6</b>	<b>50,17</b>		
<b>Obras de arte</b>								
[1-1,3)	2	1,15	0,1	5	2,3	2,645		
[1,3-1,5)	1	1,4	0,05	6	1,4	1,96		
[1,5-1,8)	6	1,65	0,3	7	9,9	16,335		
[1,8-2,1)	7	1,95	0,35	8	13,65	26,618		
[2,1-2,4)	3	2,25	0,15	9	6,75	15,188		
[2,4-2,7)	1	2,55	0,05	10	2,55	6,5025		
	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>45</b>	<b>36,55</b>	<b>69,248</b>		

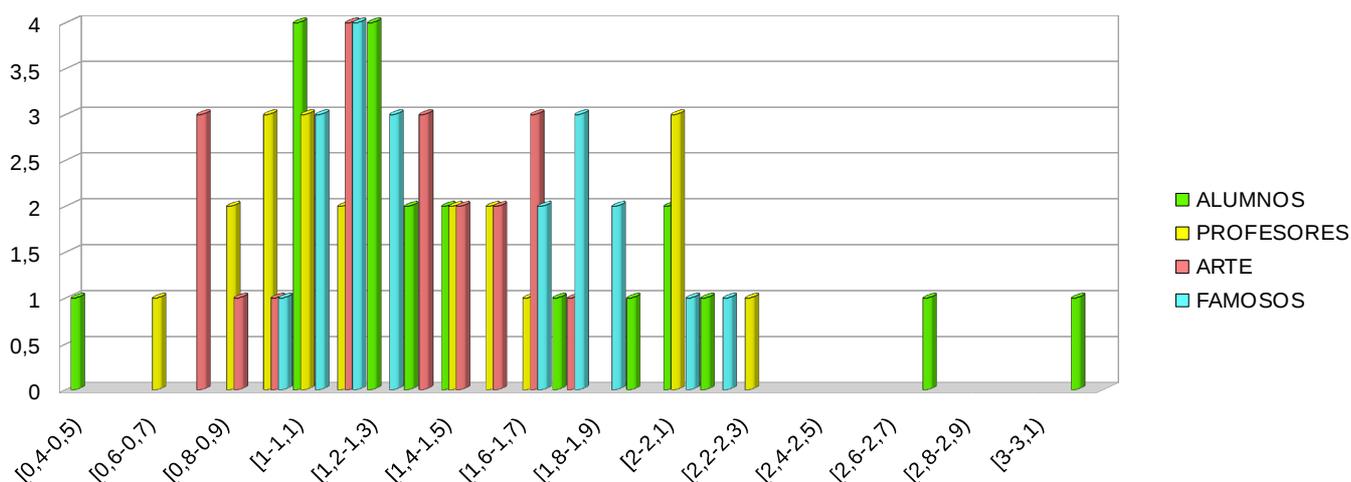


### 4.3.5 E/L: Ancho de la nariz/ Punta de la nariz a los labios

Los datos en la siguiente tabla vuelven a ser muy diversos. Las medias son más bajas que la proporción áurea. La más cercana es la media aritmética de los datos tomados a los alumnos. Cabe destacar que las desviaciones típicas son mayores en los datos de alumnos, seguidos por los de profesores. Esto puede estar debido a una mala perspectiva al hacer las fotos. Creemos que al ser las medidas más pequeñas, es posible que hayamos cometido mayor error al hacer las mediciones. También parece que esta proporción es inferior al número de oro.

Famosos	ni	xi	fi	%	ni·xi	ni·xi <sup>2</sup>		
[0,9-1)	1	0,95	0,05	5	0,95	0,9025		
[1-1,1)	3	1,05	0,15	15	3,15	3,3075		
[1,1-1,2)	4	1,15	0,2	20	4,6	5,29		
[1,2-1,3)	3	1,25	0,15	15	3,75	4,6875		
[1,3-1,4)	0	1,35	0	0	0	0		
[1,4-1,5)	0	1,45	0	0	0	0		
[1,5-1,6)	0	1,55	0	0	0	0		
[1,6-1,7)	2	1,65	0,1	10	3,3	5,445	<b>Media</b>	1,445
[1,7-1,8)	3	1,75	0,15	15	5,25	9,1875	<b>Desv. Típica</b>	0,3694252292
[1,8-1,9)	2	1,85	0,1	10	3,7	6,845		
[1,9-2)	0	1,95	0	0	0	0		
[2-2,1)	1	2,05	0,05	5	2,05	4,2025		
[2,1-2,2)	1	2,15	0,05	5	2,15	4,6225		
<b>Profesores</b>	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>28,9</b>	<b>44,49</b>		
[0,7-0,8)	1	0,75	0,05	5	0,75	0,5625	<b>Media</b>	1,435
[0,8-0,9)	0	0,85	0	0	0	0	<b>Desv. Típica</b>	0,462898477
[0,9-1)	2	0,95	0,1	10	1,9	1,805		
[1-1,1)	3	1,05	0,15	15	3,15	3,3075		
[1,1-1,2)	3	1,15	0,15	15	3,45	3,9675		
[1,2-1,3)	2	1,25	0,1	10	2,5	3,125		
[1,5-1,6)	2	1,55	0,1	10	3,1	4,805		
[1,6-1,7)	2	1,65	0,1	10	3,3	5,445		
[1,7-1,8)	1	1,75	0,05	5	1,75	3,0625		
[2,1-2,2)	3	2,15	0,15	15	6,45	13,868		
[2,2-2,3)	0	2,25	0	0	0	0		
[2,3-2,4)	1	2,35	0,05	5	2,35	5,5225		
<b>Alumnos</b>	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>28,7</b>	<b>45,47</b>		
[0,4-0,5)	1	0,45	0,05	5	0,45	0,2025	<b>Media</b>	1,555
[1-1,1)	4	1,05	0,2	20	4,2	4,41	<b>Desv. Típica</b>	0,6216711349
[1,1-1,2)	0	1,15	0	0	0	0		
[1,2-1,3)	4	1,25	0,2	20	5	6,25		
[1,3-1,4)	2	1,35	0,1	10	2,7	3,645		
[1,4-1,5)	2	1,45	0,1	10	2,9	4,205		
[1,5-1,6)	0	1,55	0	0	0	0		
[1,6-1,7)	0	1,65	0	0	0	0		
[1,7-1,8)	1	1,75	0,05	5	1,75	3,0625		
[1,8-1,9)	0	1,85	0	0	0	0		
[1,9-2)	1	1,95	0,05	5	1,95	3,8025		
[2-2,1)	2	2,05	0,1	10	4,1	8,405		
[2,1-2,2)	1	2,15	0,05	5	2,15	4,6225		
[2,7-2,8)	1	2,75	0,05	5	2,75	7,5625		
[3,1-3,2)	1	3,15	0,05	5	3,15	9,9225		
<b>Obras de Arte</b>	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>31,1</b>	<b>56,09</b>		
[0,7-0,8)	3	0,75	0,15	15	2,25	1,6875	<b>Media</b>	1,27
[0,8-0,9)	1	0,85	0,05	5	0,85	0,7225	<b>Desv. Típica</b>	0,3203123476
[0,9-1)	1	0,95	0,05	5	0,95	0,9025		
[1-1,1)	0	1,05	0	0	0	0		
[1,1-1,2)	4	1,15	0,2	20	4,6	5,29		
[1,2-1,3)	0	1,25	0	0	0	0		
[1,3-1,4)	3	1,35	0,15	15	4,05	5,4675		
[1,4-1,5)	2	1,45	0,1	10	2,9	4,205		
[1,5-1,6)	2	1,55	0,1	10	3,1	4,805		
[1,6-1,7)	3	1,65	0,15	15	4,95	8,1675		
[1,7-1,8)	1	1,75	0,05	5	1,75	3,0625		
	20		1	100	25,4	34,31		





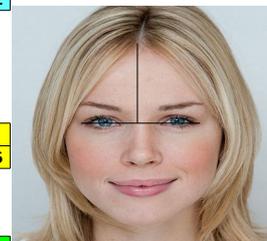
El gráfico deja claro que esta distribución es multimodal en dos de los estratos: alumnos y profesores, aunque la mayoría de las medidas en el estrato de los alumnos son inferiores a  $\Phi \equiv 1,618$ , mientras que los datos de los profesores están más repartidos.

Las obras de arte y los famosos tienen como intervalo modal el [1,2-1,3), lo cual hace pensar que esta proporción es inferior al número de oro.

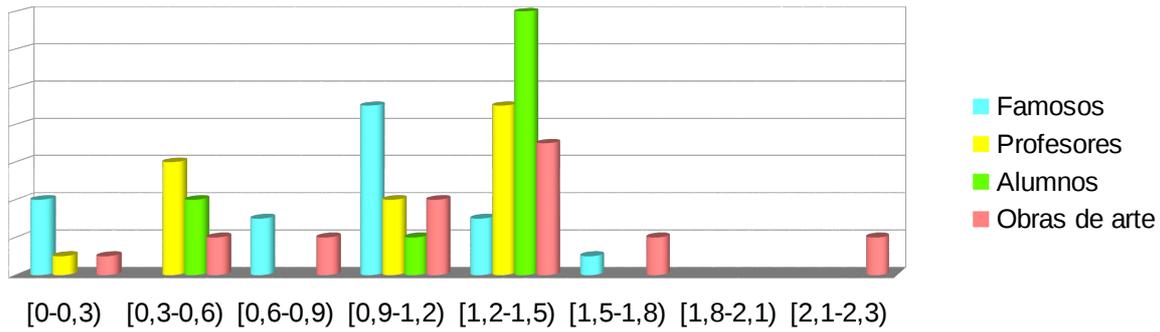
#### 4.3.6 F/H: Distancia externa entre los ojos/ Nacimiento del pelo hasta la pupila

En esta relación, los valores de las medidas de los diferentes estratos son muy bajos, por lo que comenzamos a pensar que quizás el número de oro no está presente de forma tan significativa en todos los rostros humanos, ya sean personas famosas, de nuestro instituto u obras de arte.

Famosos	ni	xi	fi	%	ni·xi	ni·xi <sup>2</sup>		
[0,3-0,6)	4	0,45	0,2	20	1,8	0,81		
[0,6-0,9)	0	0,75	0	0	0	0	<b>MEDIA</b>	<b>1,2</b>
[0,9-1,2)	3	1,05	0,15	15	3,15	3,3075	<b>Desv.Ti</b>	<b>0,429534632</b>
[1,2-1,5)	9	1,35	0,45	45	12,15	16,403		
[1,5-1,8)	3	1,65	0,15	15	4,95	8,1675		
[1,8-2,1)	1	1,95	0,05	5	1,95	3,8025		
<b>Profesores</b>	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>24</b>	<b>32,49</b>		
[0-0,3)	1	0,15	0,05	5	0,15	0,0225		
[0,3-0,6)	6	0,45	0,3	30	2,7	1,215	<b>MEDIA</b>	<b>0,96</b>
[0,6-0,9)	0	0,75	0	0	0	0	<b>Desv.Ti</b>	<b>0,425323406</b>
[0,9-1,2)	4	1,05	0,2	20	4,2	4,41		
[1,2-1,5)	9	1,35	0,45	45	12,15	16,403		
<b>Alumnos</b>	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>19,2</b>	<b>22,05</b>		
[0,3-0,6)	4	0,6	0,2	20	2,4	1,44	<b>MEDIA</b>	<b>1,17</b>
[0,9-1,2)	2	1,05	0,1	10	2,1	2,205	<b>Desv.Ti</b>	<b>0,298496231</b>
[1,2-1,5)	14	1,35	0,7	70	18,9	25,515		
	<b>20</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>100</b>	<b>23,4</b>	<b>29,16</b>		
<b>Obras de arte</b>								
[0-0,3)	1	0,2	0,05	5	0,2	0,04		
[0,3-0,6)	2	0,4	0,1	10	0,8	0,32	<b>MEDIA</b>	<b>1,18</b>
[0,6-0,9)	2	0,6	0,1	10	1,2	0,72	<b>Desv.Ti</b>	<b>0,536283507</b>
[0,9-1,2)	4	1	0,2	20	4	4		
[1,2-1,5)	7	1,4	0,35	35	9,8	13,72		
[1,5-1,8)	2	1,6	0,1	10	3,2	5,12		
[1,8-2,1)	0	2	0	0	0	0		
[2,1-2,3)	2	2,2	0,1	10	4,4	9,68		



En el gráfico siguiente se puede apreciar cómo la moda de los alumnos, en primer lugar, seguida por la de los profesores y las obras de arte, son las que más se acercan a la Divina Proporción, tomando valores comprendidos entre 1,2 y 1,5, mientras que la del grupo de famosos se queda bastante por debajo, entre 0,9 y 1,2.



4.3.7 K/E: Largo de los labios/ Ancho de la nariz

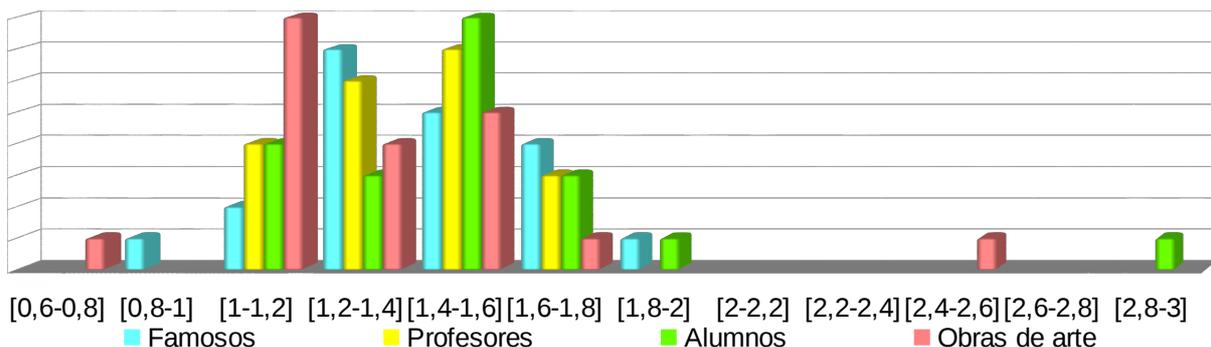
Famosos	ni	xi	fi	%	ni·xi	ni·xi <sup>2</sup>		
[0,8-1]	1	0,9	0,05	5	0,9	0,81		
[1-1,2]	2	1,1	0,1	10	2,2	2,42		
[1,2-1,4]	7	1,3	0,35	35	9,1	11,83	MEDIA	1,42
[1,4-1,6]	5	1,5	0,25	25	7,5	11,25	Desv.Ti	0,24
[1,6-1,8]	4	1,7	0,2	20	6,8	11,56		
[1,8-2]	1	1,9	0,05	5	1,9	3,61		
<b>Profesores</b>	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>28,4</b>	<b>41,48</b>		
[1-1,2]	4	1,1	0,2	20	4,4	4,84		
[1,2-1,4]	6	1,3	0,3	30	7,8	10,14		
[1,4-1,6]	7	1,5	0,35	35	10,5	15,75		
[1,6-1,8]	3	1,7	0,15	15	5,1	8,67	MEDIA	1,39
<b>Alumnos</b>	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>27,8</b>	<b>39,4</b>	Desv.Ti	0,1946792233
[0-0,2]	0	0,1	0	0	0	0		
[1-1,2]	4	1,1	0,2	20	4,4	4,84		
[1,2-1,4]	3	1,3	0,15	15	3,9	5,07		
[1,4-1,6]	8	1,5	0,4	40	12	18		
[1,6-1,8]	3	1,7	0,15	15	5,1	8,67		
[1,8-2]	1	1,9	0,05	5	1,9	3,61	MEDIA	1,51
[2-2,2]	0	2,1	0	0	0	0	Desv.Ti	0,3871692137
[2,2-2,4]	0	2,3	0	0	0	0		
[2,4-2,6]	0	2,5	0	0	0	0		
[2,6-2,8]	0	2,7	0	0	0	0		
[2,8-3]	1	2,9	0,05	5	2,9	8,41		
<b>Obras de arte</b>	<b>20</b>		<b>1</b>	<b>100</b>	<b>30,2</b>	<b>48,6</b>		
[0,6-0,8]	1	0,7	0,05	5	0,7	0,49		
[0,8-1]	0	0,9	0	0	0	0		
[1-1,2]	8	1,1	0,4	40	8,8	9,68	MEDIA	1,32
[1,2-1,4]	4	1,3	0,2	20	5,2	6,76	Desv.Ti	0,3515679166
[1,4-1,6]	5	1,5	0,25	25	7,5	11,25		
[1,6-1,8]	1	1,7	0,05	5	1,7	2,89		
[1,8-2]	0	1,9	0	0	0	0		
[2-2,2]	0	2,1	0	0	0	0		
[2,2-2,4]	0	2,3	0	0	0	0		
[2,4-2,6]	1	2,5	0,05	5	2,5	6,25		
	20		1	100	26,4	37,32		



A la vista de esta tabla nos damos cuenta de que los valores medios no se acercan a la proporción áurea, sino que son ligeramente inferiores. La media de los alumnos es la que más se acerca, con un valor de 1,51, y la más alejada la de las obras de arte, curiosamente.

Los datos que tienen menor desviación típica son los de los profesores, y están más agrupados en torno a su media, y sin embargo entre los datos obtenidos por los alumnos se observa una mayor dispersión.

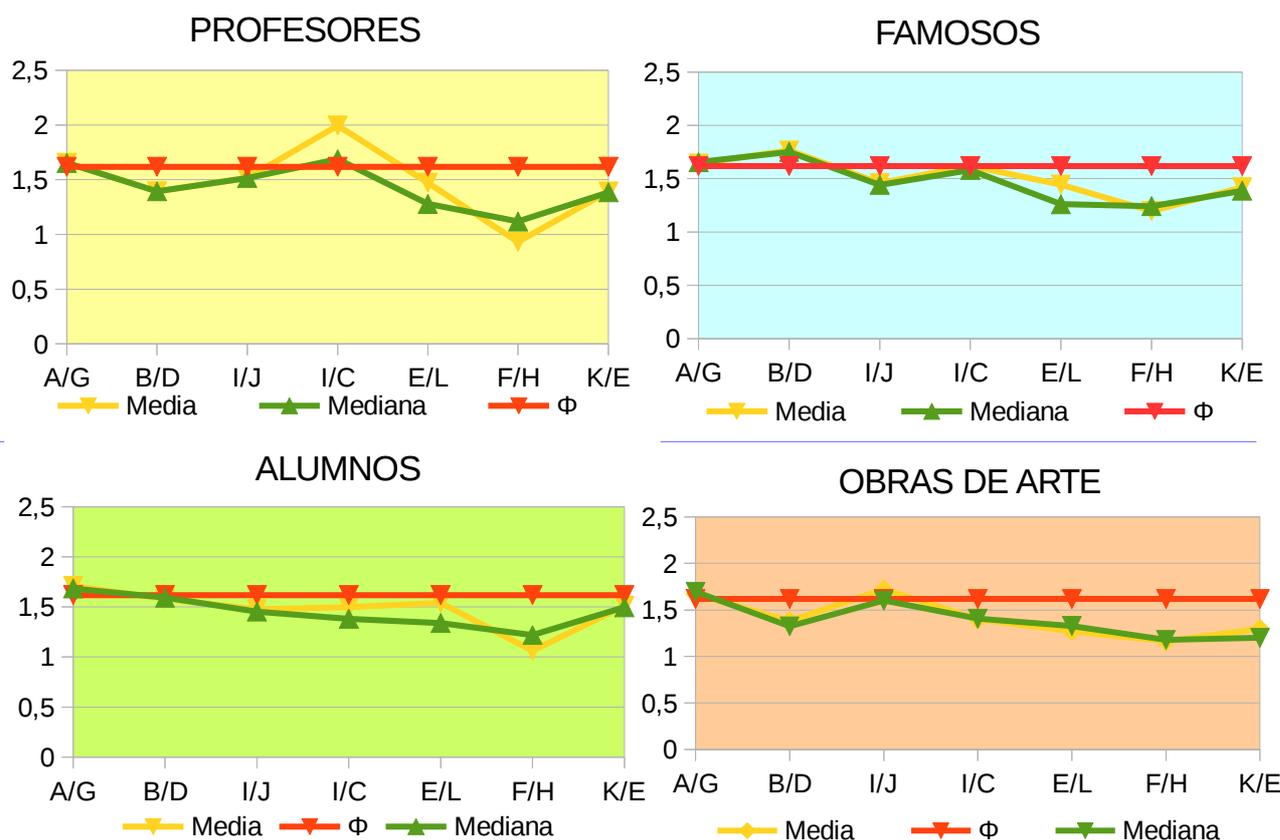
El gráfico que sigue refleja que entre los alumnos y los profesores la mayoría de las observaciones se encuentran en el intervalo [1,2-1,5). Le siguen los famosos, cuya moda está entre 1,2 y 1,4 y las obras de arte donde la moda está en [1-1,2).



### 4.4 Análisis por estratos con los datos sin agrupar

Profesores	A/G	B/D	I/J	I/C	E/L	F/H	K/E	Famosos	A/G	B/D	I/J	I/C	E/L	F/H	K/E
$X_{max}$	1,9532	1,6984	1,7258	4,5172	2,8750	1,3846	1,7027	$X_{max}$	1,8726	2,2512	1,7250	2,1111	2,1304	1,9706	1,9655
$X_{min}$	1,4839	1,0814	1,1351	1,0755	0,7255	0,2311	1,1154	$X_{min}$	1,2207	1,2179	1,2292	1,1645	0,9796	0,4086	0,9291
Media	1,6549	1,3944	1,5148	1,9945	1,4722	0,9325	1,3933	Media	1,6408	1,7643	1,4584	1,6200	1,4440	1,1972	1,4193
Mediana	1,6524	1,3938	1,5161	1,6867	1,2784	1,1182	1,3847	Mediana	1,6543	1,7508	1,4410	1,5814	1,2604	1,2425	1,3872
Rango	0,4693	0,6170	0,5907	3,4418	2,1495	1,1535	0,5873	Rango	0,6519	1,0333	0,4958	0,9466	1,1508	1,5620	1,0364
desv. Tip.	0,1109	0,1674	0,1471	0,9664	0,5533	0,4198	0,1758	desv. Tip.	0,1526	0,2826	0,1278	0,2564	0,3724	0,4350	0,2454
Alumnos	A/G	B/D	I/J	I/C	E/L	F/H	K/E	Obras de Arte	A/G	B/D	I/J	I/C	E/L	F/H	K/E
$X_{max}$	1,9798	1,9370	1,7273	2,8333	3,1103	1,4248	2,9091	$X_{max}$	2,2637	2,0500	4,5000	2,2581	1,7073	2,4000	2,5000
$X_{min}$	1,4296	1,1751	1,2586	0,9036	0,4583	0,3611	1,0000	$X_{min}$	1,2434	0,8049	1,0000	0,5745	0,7368	0,2195	0,7778
Media	1,7110	1,5798	1,4772	1,4973	1,5410	1,0632	1,5114	Media	1,6697	1,3813	1,7204	1,4002	1,2704	1,1634	1,2984
Mediana	1,6853	1,5925	1,4544	1,3816	1,3396	1,2192	1,4967	Mediana	1,6948	1,3240	1,6000	1,4069	1,3274	1,1786	1,2000
Rango	0,5502	0,7619	0,4687	1,9297	2,6520	1,0637	1,9091	Rango	1,0203	1,2451	3,5000	1,6836	0,9705	2,1805	1,7222
desv. Tip.	0,1476	0,2258	0,1439	0,4591	0,6311	0,3519	0,3966	desv. Tip.	0,2682	0,3008	0,7120	0,3892	0,3095	0,5411	0,3507

#### MEDIA Y MEDIANA

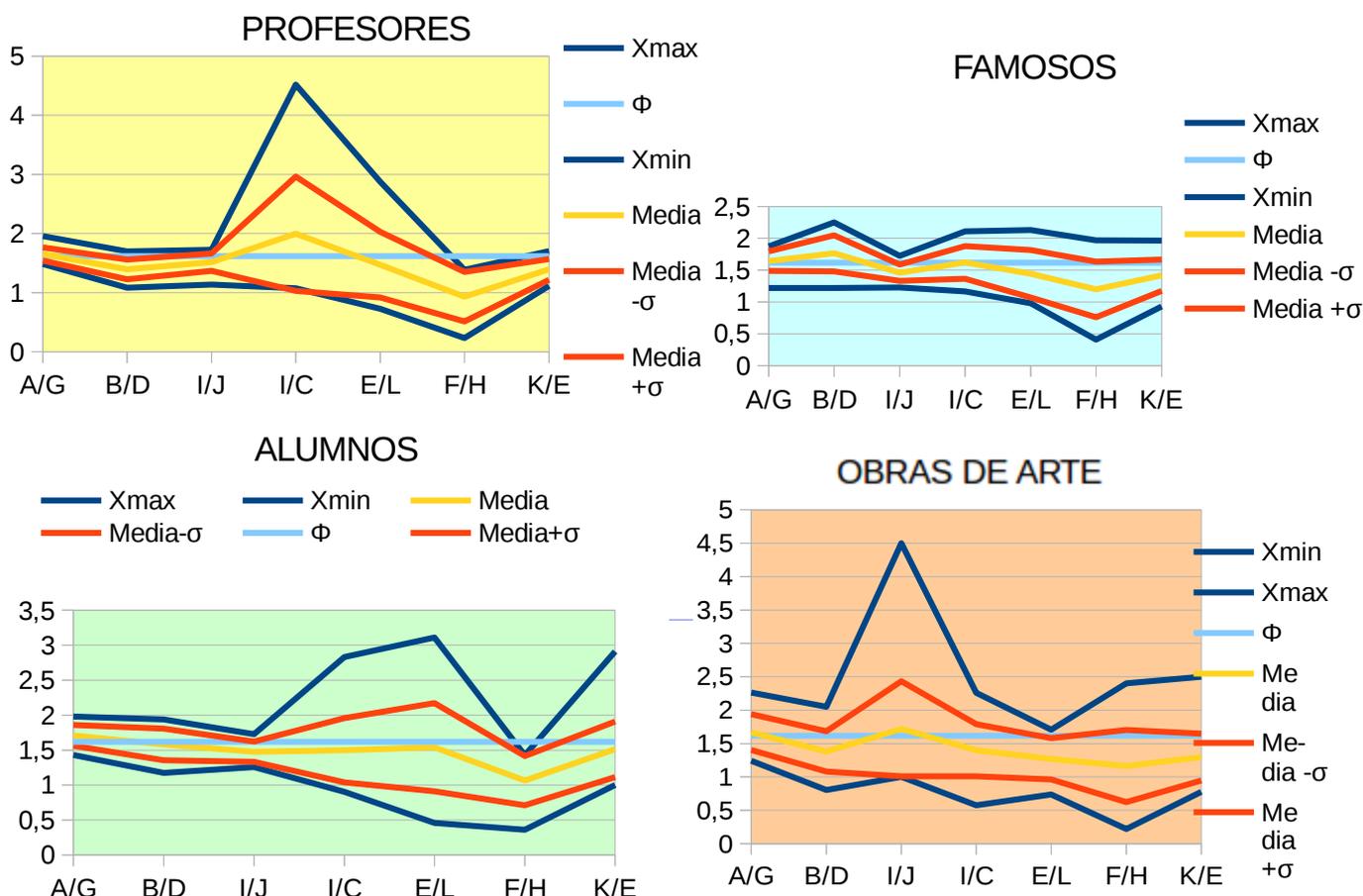


Como se puede apreciar en los gráficos, la proporción más cercanas al Número de Oro en todos los estratos es A/G: *Largo/Ancho de la cara*.

Cabe destacar que en las Obras de Arte, tanto Media y Mediana toman valores muy parecidos entre sí en todas las proporciones, siendo la tercera estudiada, I/J: *Punta de la nariz hasta el mentón/ Labios hasta el mentón* casi igual a la Divina Proporción. ¿Será ésta otra manera que tienen los artistas de conseguir armonía y belleza en sus obras?

Los valores más alejados del número áureo los registran los profesores, en la proporción F/H: *Distancia externa entre los ojos/ Nacimiento del pelo hasta la pupila* (precisamente esta es la proporción cuyos valores medios salen más alejados del Número de Oro en los cuatro grupos), seguida de I/C: *Punta de la nariz hasta el mentón/ Pupilas hasta la punta de la nariz*. Quizás debamos pensar que los profesores son los “menos guapos” de los cuatro estratos que hemos escogido.

### MEDIDAS DE DISPERSIÓN



El colectivo que parece tener menos dispersión en los datos es el de los famosos. La proporción con el rango mayor de datos es F/H: *Distancia externa entre los ojos/ Nacimiento del pelo hasta la pupila*. Se puede apreciar que en el resto de los estratos no es esta la proporción que presenta los datos más alejados, sino que son I/C: *Punta de la nariz hasta el mentón/ Pupilas hasta la punta de la nariz* en los profesores, E/L: *Ancho de la nariz/ Punta de la nariz a los labios* en los alumnos e I/J: *Punta de la nariz hasta el mentón/ Labios hasta el mentón* en las obras de arte.

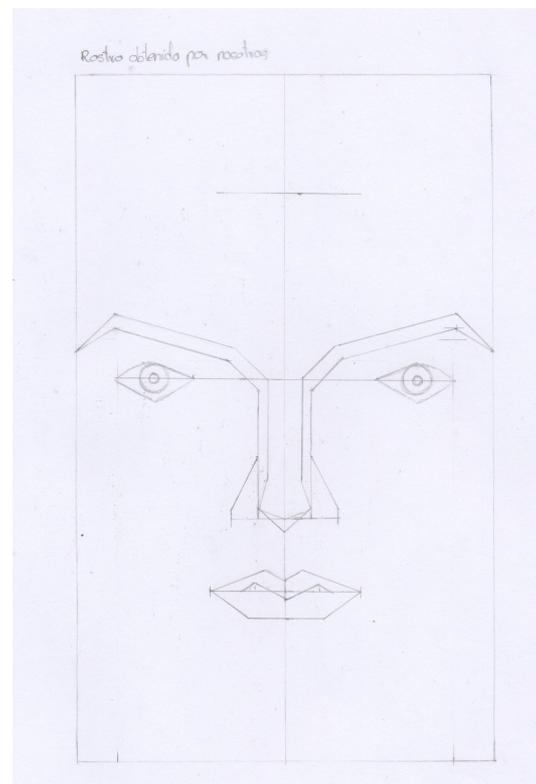
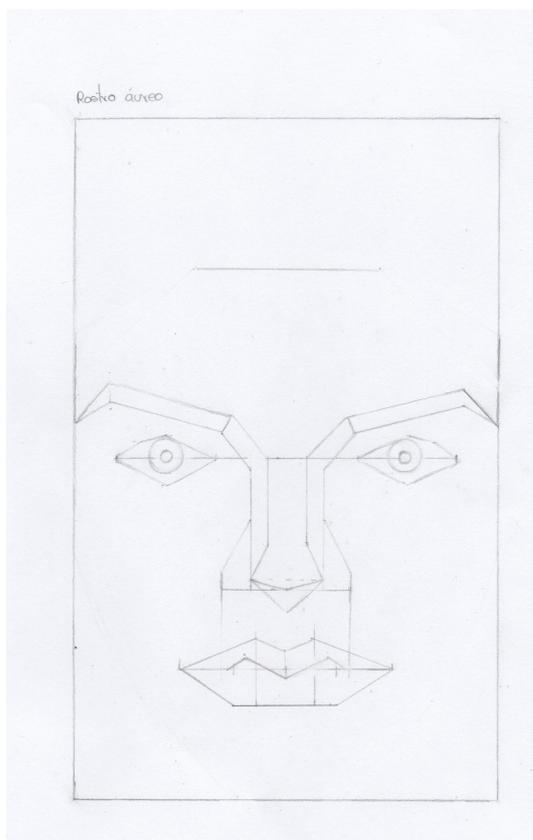
## 5. Conclusiones del estudio

1. La mayoría de las proporciones en las personas escogidas por nosotros no se acercan demasiado al número de oro. Lo único que hemos podido comprobar es que la cara está enmarcada por un rectángulo áureo, pero el resto de las proporciones estudiadas se nos quedaban muy lejos, o tenían una desviación típica muy alta. La mayoría de ellas toma valores inferiores a 1,6 tanto estudiándolas con el conjunto de los datos como por estratos.
2. La dispersión mayor de los datos se obtiene al hacer la proporción entre las medidas más

pequeñas. Por eso pensamos que los datos obtenidos se acercarían más al número de oro si las fotos hubieran sido tomadas por una cámara de mayor resolución, las medidas hechas con un programa más exacto que el que utilizamos, a saber, GIMP, y la perspectiva de las fotografías más adecuada.

3. Comparando entre sí los estratos, en el grupo de alumnos y el de famosos las proporciones se acercan más que las de los profesores al número de oro. Además, en el grupo de los famosos la dispersión de los datos es menor. Por eso, quizás podríamos decir que los más guapos, en el sentido clásico de belleza, son los famosos seguidos de los alumnos, y los profesores en último lugar

4. Hemos querido incluir unos bocetos donde se puedan comparar un rostro con las proporciones áureas y otro con las obtenidas por nosotros. Subjetivamente no nos vemos tan feos, no sabemos si el ideal clásico de belleza ha cambiado o estamos mejorando la especie.



## 6. Análisis crítico del trabajo

Nos desilusionamos un poco al observar que no obteníamos el número de oro en las proporciones que habíamos medido. No sabemos si ello puede deberse a errores cometidos en las mediciones, en la toma de las fotografías, a que la muestra tomada no cumple los estándares de belleza o los requisitos de tamaño para ser representativa.

Otra variante por la cual pensamos que las medias de los diferentes estratos no se acerca demasiado al número de oro es porque la gente que elegimos no era guapa, según los estándares actuales, lo que puede ser una de las razones del fallido intento de relacionar el número de oro con el rostro humano.

Este proyecto nos ha resultado muy difícil, pero se podría mejorar con la medida de las partes de todo el cuerpo humano, mucho más complicado, y tomando una muestra mayor.

# Anexos

ANEXO I: TABLA DE MEDIDAS

ESTRATO	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Alumno 1	1925	880	308	572	275	792	1034	649	682	396	418	275
Alumno 2	2024	1056	396	583	341	859,8	1086	682	638	418	473	242
Alumno 3	2100	1056	418	660	308	905,3	1177	814	627	363	496,1	286
Alumno 4	1881	968	318	627	308	804,9	1067	693	660	418	440	297
Alumno 5	1496	759	198	418	264	707,1	803	561	561	341	364,5	220
Alumno 6	1744	728	447,9	619,5	356	872	1112	612	705,1	440,3	424,5	280
Alumno 7	2352	1128	664	824	456	1160	1480	952	600	416	768	166
Alumno 8	2160	976	480	704	328	902	1304	884	648	472	512	240
Alumno 9	1720	784	344	480	296	716	1004	656	588	440	420	144
Alumno 10	1436	716	324	452	236	688	916	564	400	276	368	124
Alumno 11	1562	891	385	495	253	770	968	606	374	264	253	176
Alumno 12	1672	990	363	550	231	803	946	693	429	275	407	176
Alumno 13	1639	946	418	528	121	847	1089	605	506	396	352	264
Alumno 14	2156	1155	517	704	396	946	1089	737	726	528	429	319
Alumno 15	1908,4	882,5	452,2	717,1	297,2	935,6	1166,8	728,1	651,3	517,5	550,1	275,9
Alumno 16	2508	1386	539	781	451	344	1331	814,7	594	407	576	145
Alumno 17	2254	989	550	803	506	384	1375	847	682	462	561	253
Alumno 18	1969	924	429	583	396	275	1188	737	583	451	594	187
Alumno 19	2211	979	550	726	374	286	1177	792	682	495	561	209
Alumno 20	1158	738	243	381	225	570	810	450	435	264	336	186
Profesor 1	2224	1008	232	623	424	945,2	1440	840	1048	616	520	408
Profesor 2	2360	912	271	720	464	196	1352	848	1192	728	633,8	496
Profesor 3	2184	1056	408	688	392	1029,3	1312	856	784	472	584,9	328
Profesor 4	1084	512	244	368	188	504,8	684	372	320	216	276	124
Profesor 5	2152	936	416	752	376	928	1272	744	856	496	511	392
Profesor 6	2008	848	560	712	400	1008	1240	728	640	440	520	168
Profesor 7	2072	864	376	680	368	992	1288	808	840	528	600	288
Profesor 8	2608	936	392	800	480	1264	1632	936	1168	728	744	456
Profesor 9	1808	856	320	544	288	808	1096	672	664	424	424	264
Profesor 10	2168	928	416	640	488	944	1400	2168	840	600	576	232
Profesor 11	1168	608	296	424	208	560	744	504	336	296	232	136
Profesor 12	1856	744	376	688	296	824	1112	648	848	528	504	408
Profesor 13	1661	880	341	605	330	726	1001	715	561	385	550	297
Profesor 14	2332	1133	462	880	407	1100	1254	1023	781	473	550	352
Profesor 15	2672	1184	608	848	440	1112	1368	832	1008	792	520	344
Profesor 16	1688	856	424	504	368	240	1008	576	456	336	432	128
Profesor 17	1776	864	328	544	360	272	1073	680	552	368	512	216
Profesor 18	1968	928	424	592	448	288	1264	768	624	424	552	208
Profesor 19	1944	896	504	672	336	264	1104	656	560	376	528	208
Profesor 20	2208	984	504	736	456	328	1488	680	760	496	640	256

Primavera	29,8	15,6	7,2	12,2	4,2	13,6	18,4	14,2	10,6	5,7	4,5	5,7
Amalia de Llano	53	27	12	18	7	26,2	30,3	18	16	10	10	6
Maja vestida	42,2	21,1	11	17	7	21,4	29,4	13	13	7	7,1	4,1
Picasso	28	11	6	11	5	12	21	5	10	5	8	5
Los borrachos	96,9	44,4	34	42,1	18	52	54	37	21	13	14	11,2
Van Gogh Autorretrato	276	112	67	92	40	117	186	97	96	69	63	24
Vermeer-Joven con perla	307	159	58	88	43	103	146	98	87	59	47	28
Leonardo-Joven con armiño	214	105	48	71	31	81	109	70	63	41	35	21
Rafael-Dama con unicornio	193	102	94	62	29	87	126	79	54	40	30	19
Durero	206	101	38	59	24	65	91	52	73	51	30	25
Antonio Moro	112	60	28	42	12	54	84	52	36	8	30	16
Eduard	67	41	13	20	8	27	36	34	20	15	9	6
Goya	33	18	6	11	5	14	19	9	10	5	6	6
Gioconda	172	82	46	60	20	84	104	70	48	30	30	18
Jaqueline Sentada	189	75	51	73	37	105	152	49	60	35	44	28
American Gotics	91	41	21	32	12	9	51	41	29	29	17	9
el caballero con la mano en el pecho	131	66	27	43	17	17	70	53	37	27	19	15
Nacimiento de Venus	28	12,8	6	10	4,5	4,5	19	10	9	5,4	6	4
Rafael: el cardenal	101	33	31	41	17	23	71	19	70	35	24	12
Sir Endymiond Porter	92	41	17,5	32	15	12	53	17	31	28	18	9
Bruno Mars	193	181	43	80,4	42,4	117,6	158,1	69	86,3	51,2	51,9	40,3
Kristen Stewart	612	352	100	188	92	300	356	248	188	140	124	76
Will Smith	114,9	59,4	25,2	44,3	28,2	57,6	66,8	47,4	44,4	29,4	26,2	24,1
Xriz	208	95	47	78	35	86	129	67	74	51	40	32
Brdley Simpson	324	190	62	112	62	142	198	116	102	78	70	56
Mario Casas	286	144	59,9	79	44	110	156	77	93	66	68	27
Zain	471	261	98	133	74	199	286	114	133	95	100	39
Justin Bieber	1176	680	244	336	164	440	628	292	304	216	244	96
Taylor Swift	302	150	66	94	49	145	200	115	97	68	70	28
Katy Perry	79	37	17	26	15	39	51	33	26	18	19	8
Florence	590	340	122	194	96	268	382	136	186	126	164	98
Angelina Jollie	216	132	37	62	29	97	125	82	69	40	57	27
Brad Pitt	170	85	30	50	26	68	95	50	54	36	37	21
Taylor Lautner	663	324	108	192	105	270	399	195	228	153	156	90
Zac Efron	989,4	444,4	192,4	323,7	174,2	444,9	640,2	338,9	347,9	206,2	234,8	135,8
Charlize Theron	313	251	65	113	51	151	222	132	117	77	84	46
Rihanna	274	143	51	75	49	42	161	100	81	57	66	23
Niall	329	176	71	96	56	38	193	93	92	64	68	28
Pablo Alborán	681	342	152	198	93	105	378	210	177	144	153	54
Selena Gomez	868	460	172	263	128	136	540	272	244	188	224	76

ANEXO II: TABLA DE PROPORCIONES

ESTRATO	A/G	B/D	I/J	I/C	E/L	F/H	K/E
Alumno 1	1,8617	1,5385	1,7222	2,2143	1,0000	1,2203	1,5200
Alumno 2	1,8637	1,8113	1,5263	1,6111	1,4091	1,2607	1,3871
Alumno 3	1,7842	1,6000	1,7273	1,5000	1,0769	1,1122	1,6107
Alumno 4	1,7629	1,5439	1,5789	2,0755	1,0370	1,1615	1,4286
Alumno 5	1,8630	1,8158	1,6452	2,8333	1,2000	1,2604	1,3807
Alumno 6	1,5683	1,1751	1,6014	1,5742	1,2714	1,4248	1,1924
Alumno 7	1,5892	1,3689	1,4423	0,9036	2,7470	1,2185	1,6842
Alumno 8	1,6564	1,3864	1,3729	1,3500	1,3667	1,0204	1,5610
Alumno 9	1,7131	1,6333	1,3364	1,7093	2,0556	1,0915	1,4189
Alumno 10	1,5677	1,5841	1,4493	1,2346	1,9032	1,2199	1,5593
Alumno 11	1,6136	1,8000	1,4167	0,9714	1,4375	1,2706	1,0000
Alumno 12	1,7674	1,8000	1,5600	1,1818	1,3125	1,1587	1,7619
Alumno 13	1,5051	1,7917	1,2778	1,2105	0,4583	1,4000	2,9091
Alumno 14	1,9798	1,6406	1,3750	1,4043	1,2414	1,2836	1,0833
Alumno 15	1,6356	1,2307	1,2586	1,4403	1,0772	1,2850	1,8509
Alumno 16	1,8843	1,7746	1,4595	1,1020	3,1103	0,4222	1,2772
Alumno 17	1,6393	1,2316	1,4762	1,2400	2,0000	0,4534	1,1087
Alumno 18	1,6574	1,5849	1,2927	1,3590	2,1176	0,3731	1,5000
Alumno 19	1,8785	1,3485	1,3778	1,2400	1,7895	0,3611	1,5000
Alumno 20	1,4296	1,9370	1,6477	1,7901	1,2097	1,2667	1,4933
Profesor 1	1,5444	1,6180	1,7013	4,5172	1,0392	1,1252	1,2264
Profesor 2	1,7456	1,2667	1,6374	4,3985	0,9355	0,2311	1,3659
Profesor 3	1,6646	1,5349	1,6610	1,9216	1,1951	1,2025	1,4921
Profesor 4	1,5848	1,3913	1,4815	1,3115	1,5161	1,3570	1,4681
Profesor 5	1,6918	1,2447	1,7258	2,0577	0,9592	1,2473	1,3590
Profesor 6	1,6194	1,1910	1,4545	1,1429	2,3810	1,3846	1,3000
Profesor 7	1,6087	1,2706	1,5909	2,2340	1,2778	1,2277	1,6304
Profesor 8	1,5980	1,1700	1,6044	2,9796	1,0526	1,3504	1,5500
Profesor 9	1,6496	1,5735	1,5660	2,0750	1,0909	1,2024	1,4722
Profesor 10	1,5486	1,4500	1,4000	2,0192	2,1034	0,4354	1,1803
Profesor 11	1,5699	1,4340	1,1351	1,1351	1,5294	1,1111	1,1154
Profesor 12	1,6691	1,0814	1,6061	2,2553	0,7255	1,2716	1,7027
Profesor 13	1,6593	1,4545	1,4571	1,6452	1,1111	1,0154	1,6667
Profesor 14	1,8596	1,2875	1,6512	1,6905	1,1563	1,0753	1,3514
Profesor 15	1,9532	1,3962	1,2727	1,6579	1,2791	1,3365	1,1818
Profesor 16	1,6746	1,6984	1,3571	1,0755	2,8750	0,4167	1,1739
Profesor 17	1,6552	1,5882	1,5000	1,6829	1,6667	0,4000	1,4222
Profesor 18	1,5570	1,5676	1,4717	1,4717	2,1538	0,3750	1,2321
Profesor 19	1,7609	1,3333	1,4894	1,1111	1,6154	0,4024	1,5714
Profesor 20	1,4839	1,3370	1,5323	1,5079	1,7813	0,4824	1,4035

<b>Primavera</b>	1,6196	1,2787	1,8596	1,4722	0,7368	0,9577	1,0714
<b>Amalia de Llano</b>	1,7492	1,5000	1,6000	1,3333	1,1667	1,4556	1,4286
<b>Maja vestida</b>	1,4354	1,2412	1,8571	1,1818	1,7073	1,6462	1,0143
<b>Picasso</b>	1,3333	1,0000	2,0000	1,6667	1,0000	2,4000	1,6000
<b>Los borrachos</b>	1,7944	1,0546	1,6154	0,6176	1,6071	1,4054	0,7778
<b>Van Gogh Autorretrato</b>	1,4839	1,2174	1,3913	1,4328	1,6667	1,2062	1,5750
<b>Vermeer-joven con perla</b>	2,1027	1,8068	1,4746	1,5000	1,5357	1,0510	1,0930
<b>Leonardo-joven con armiño</b>	1,9633	1,4789	1,5366	1,3125	1,4762	1,1571	1,1290
<b>Rafael-dama con unicornio</b>	1,5317	1,6452	1,3500	0,5745	1,5263	1,1013	1,0345
<b>Durero</b>	2,2637	1,7119	1,4314	1,9211	0,9600	1,2500	1,2500
<b>Antonio Moro</b>	1,3333	1,4286	4,5000	1,2857	0,7500	1,0385	2,5000
<b>Edouard</b>	1,8611	2,0500	1,3333	1,5385	1,3333	0,7941	1,1250
<b>Goya</b>	1,7368	1,6364	2,0000	1,6667	0,8333	1,5556	1,2000
<b>Gioconda</b>	1,6538	1,3667	1,6000	1,0435	1,1111	1,2000	1,5000
<b>Jaqueline Sentada</b>	1,2434	1,0274	1,7143	1,1765	1,3214	2,1429	1,1892
<b>American Gotics</b>	1,7843	1,2813	1,0000	1,3810	1,3333	0,2195	1,4167
<b>El caballero con la mano en el pecho</b>	1,8714	1,5349	1,3704	1,3704	1,1333	0,3208	1,1176
<b>Nacimiento de Venus</b>	1,4737	1,2800	1,6667	1,5000	1,1250	0,4500	1,3333
<b>Rafael: El Cardenal</b>	1,4225	0,8049	2,0000	2,2581	1,4167	1,2105	1,4118
<b>Sir Endymiond Porter</b>	1,7358	1,2813	1,1071	1,7714	1,6667	0,7059	1,2000
<b>Bruno Mars</b>	1,2207	2,2512	1,6855	2,0070	1,0521	1,7043	1,2241
<b>Kristen Stewart</b>	1,7191	1,8723	1,3429	1,8800	1,2105	1,2097	1,3478
<b>Will Smith</b>	1,7201	1,3409	1,5102	1,7619	1,1701	1,2152	0,9291
<b>Xriz</b>	1,6124	1,2179	1,4510	1,5745	1,0938	1,2836	1,1429
<b>Brdley Simpson</b>	1,6364	1,6964	1,3077	1,6452	1,1071	1,2241	1,1290
<b>Mario Casas</b>	1,8333	1,8228	1,4091	1,5526	1,6296	1,4286	1,5455
<b>Zain</b>	1,6469	1,9624	1,4000	1,3571	1,8974	1,7456	1,3514
<b>Justin Bieber</b>	1,8726	2,0238	1,4074	1,2459	1,7083	1,5068	1,4878
<b>Taylor Swift</b>	1,5100	1,5957	1,4265	1,4697	1,7500	1,2609	1,4286
<b>Katy Perry</b>	1,5490	1,4231	1,4444	1,5294	1,8750	1,1818	1,2667
<b>Florence</b>	1,5445	1,7526	1,4762	1,5246	0,9796	1,9706	1,7083
<b>Angelina Jollie</b>	1,7280	2,1290	1,7250	1,8649	1,0741	1,1829	1,9655
<b>Brad Pitt</b>	1,7895	1,7000	1,5000	1,8000	1,2381	1,3600	1,4231
<b>Taylor Lautner</b>	1,6617	1,6875	1,4902	2,1111	1,1667	1,3846	1,4857
<b>Zac Efron</b>	1,5455	1,3729	1,6872	1,8082	1,2828	1,3128	1,3479
<b>Charlize Theron</b>	1,4099	2,2212	1,5195	1,8000	1,1087	1,1439	1,6471
<b>Rihanna</b>	1,7019	1,9067	1,4211	1,5882	2,1304	0,4200	1,3469
<b>Niall</b>	1,7047	1,8333	1,4375	1,2958	2,0000	0,4086	1,2143
<b>Pablo Alborán</b>	1,8016	1,7273	1,2292	1,1645	1,7222	0,5000	1,6452
<b>Selena Gomez</b>	1,6074	1,7490	1,2979	1,4186	1,6842	0,5000	1,7500

### ANEXO III: BIBLIOGRAFÍA

[http://www.ehowenespanol.com/utilizar-matematicas-medir-belleza-rostro-como\\_174749/](http://www.ehowenespanol.com/utilizar-matematicas-medir-belleza-rostro-como_174749/)

[http://www.portalplanetasedna.com.ar/divina\\_proporcion.htm](http://www.portalplanetasedna.com.ar/divina_proporcion.htm)

<http://fibonacci.ucoz.com/index/pro/0-8>

[http://noticias.mujer.es/belleza/tratamientos-esteticos-cara/la-belleza-esta-en-una-formula-matematica\\_SxD3PXABeCteZVp8Wasbc6/](http://noticias.mujer.es/belleza/tratamientos-esteticos-cara/la-belleza-esta-en-una-formula-matematica_SxD3PXABeCteZVp8Wasbc6/)

[http://www.portalplanetasedna.com.ar/pagina\\_nueva\\_5.htm](http://www.portalplanetasedna.com.ar/pagina_nueva_5.htm)