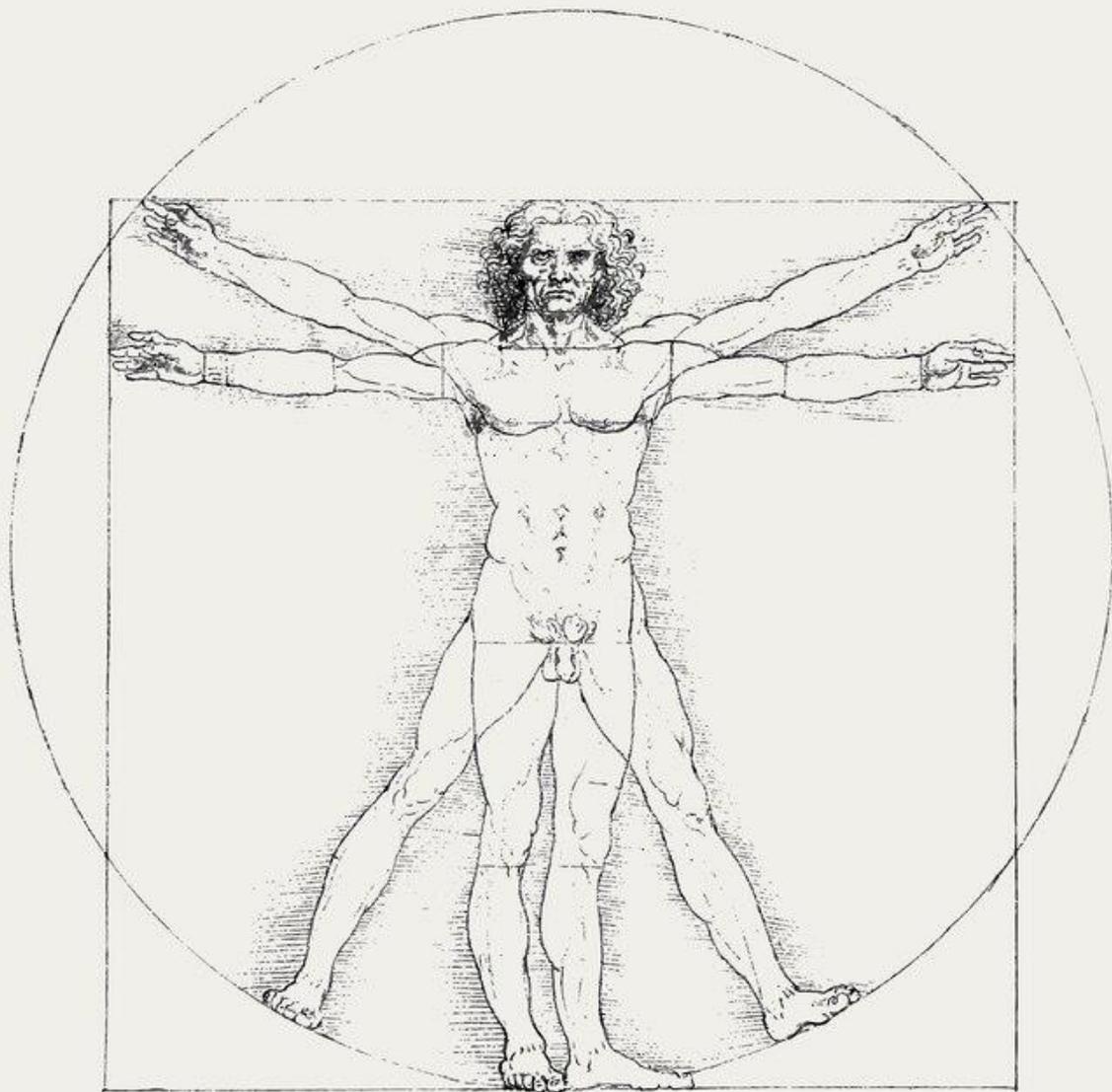


El cuerpo áureo



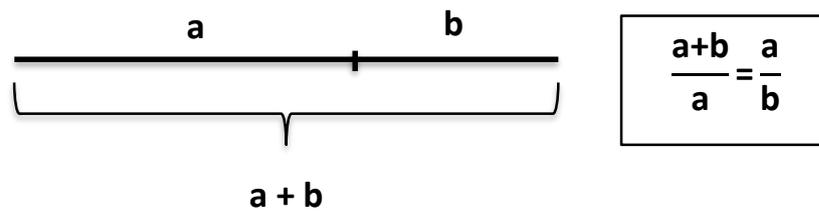
ÍNDICE

| | |
|---|----|
| 1. Introducción..... | 2 |
| 2. Hipótesis y objetivos | 3 |
| 3. Descripción del experimento | 3 |
| 4. Dificultades..... | 4 |
| 5. Recogida de datos | 4 |
| 6. Análisis estadístico e interpretación de datos | 6 |
| 7. Conclusiones..... | 20 |
| 8. Exposición de resultados | 21 |
| 9. Posibles mejoras | 22 |
| 10. Bibliografía y webgrafía | 22 |

1. Introducción

Este año ha sido la primera vez que hemos oído hablar del número de oro. ¿Qué número es ese? Nada más oír el nombre nos cautivó. Cuando vimos el tema de fracciones y números decimales, el profesor nos comentó la existencia, propiedades y apariciones de este famoso número en la vida real. Es aquí, cuando nos comentó que hubo un matemático que se dedicó a medir cadáveres para estudiar la aparición del número de oro en el cuerpo humano y aquí dijimos: ¡Eureka! ¿Por qué no hacemos nosotros este mismo estudio en nuestra ciudad? ¿Pero con motivo de qué? ¿Para qué? Pero nuestro profesor nos habló de este concurso y ahí fue cuando nos animamos a trabajar.

El número de oro surge al dividir un segmento en media y extrema razón, es decir, que cumple la siguiente relación:



Después de hacer algunas operaciones nos queda que $\Phi = \frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1'618 \dots$ Esta relación aparece en muchos sitios: en la naturaleza, en el arte, en la vida, en arquitectura ... Pues bien, Leonardo Da Vinci también se dio cuenta que aparecía en el cuerpo humano a través de su famoso "Hombre de Vitruvio", que muestra la relación entre las proporciones del cuerpo humano.

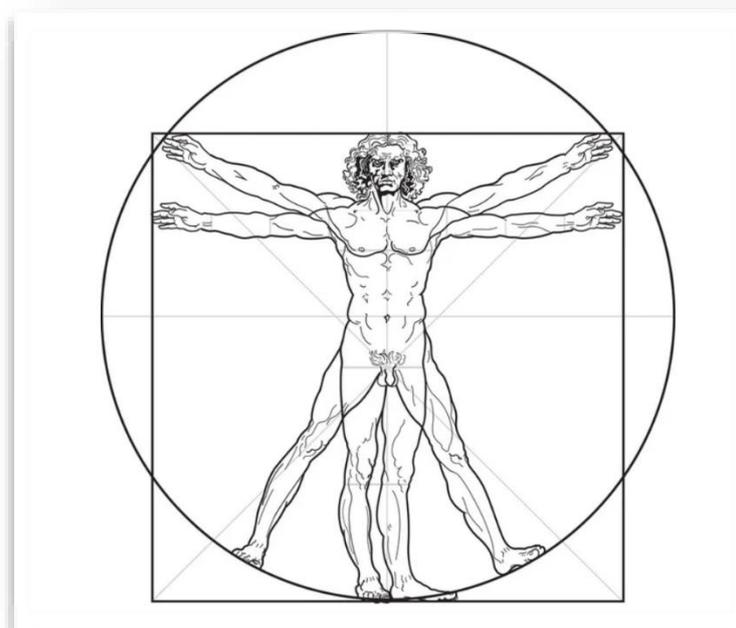


Imagen 1. Dibujo del "Hombre de Vitruvio" de Leonardo Da Vinci.

Pues bien, nosotros hemos intentado ver si se cumplen ciertas relaciones áureas en el cuerpo humano. Hemos intentado comprobar si es cierta la relación que hay entre la altura de una persona y la distancia del ombligo al suelo. También la relación entre el brazo y la distancia del codo a los dedos. Igualmente, con la altura y anchura de la cabeza y con las falanges de los dedos. Para ello hemos hecho un trabajo de campo y hemos sacado nuestras propias conclusiones.

2. Hipótesis y objetivos

Con este trabajo nos hemos propuesto una serie de hipótesis que trataremos de demostrar:

- 1.) Estudiar si, efectivamente hay varias relaciones áureas en el cuerpo humano, independientemente de género o edad.
- 2.) Comprobar si aparece el número de oro al realizar la división de la altura de una persona entre la distancia del ombligo al suelo.
- 3.) Demostrar si hay relación o no en la razón formada por la longitud del brazo y la longitud desde el codo al extremo de los dedos.
- 4.) Analizar una posible relación áurea en la cabeza, formada por la altura de la cabeza y la anchura de la misma.
- 5.) Justificar si aparece también el número de oro en las falanges de los dedos.
- 6.) Considerar si hay diferencias en la aparición del número de oro entre hombres y mujeres o según la franja de edad que estudiamos.

3. Descripción del experimento

El experimento lo hemos enfocado de la siguiente forma.

- 1.) Hemos buscado en el Instituto de Estadística y Cartografía de Andalucía la población de Torredonjimeno para ver cómo teníamos que hacer la elección de la muestra a estudiar.
- 2.) Posteriormente tendríamos que hacer una serie de medidas de la población de nuestro pueblo para ver si se cumple la proporción áurea en diversas partes del cuerpo y ver si se cumple en todos los segmentos de población estudiada o sólo en algunas.
- 3.) Una vez que teníamos las medidas hechas, utilizamos una hoja de cálculo de Google para realizar los cálculos previstos y comprobar las hipótesis que planteábamos, que no eran otras que la aparición del número de oro en diversas divisiones
- 4.) Hemos analizado los datos a nivel general de la muestra, después hemos ido estudiando estas características por sexos y por segmentos de población.
- 5.) Por último, hemos calculado algunos datos estadísticos y hemos intentado sacar algunas conclusiones.

4. Dificultades

A lo largo del proceso de estudio hemos tenido algunas dificultades y que tenemos que tener en cuenta:

- 1.) La población mayor era más reticente a ser medida puesto que no confiaban en nuestros objetivos y pensaban que nos estábamos riendo de ellos.
- 2.) Entendemos que las medidas no han sido del todo exactas puesto que las hemos tomado a los participantes con la ropa puesta y la precisión ha podido ser mejorable.
- 3.) Algunas medidas han sido especialmente difíciles como, por ejemplo, la medida de la distancia del ombligo al suelo o la longitud de la cabeza. Pero al final encontramos el método para conseguirlo.
- 4.) Otra dificultad encontrada ha sido a la hora de establecer la altura de la cadera y la altura de la rodilla, pues es una zona amplia y es difícil situarnos en el sitio encontrado.

5. Recogida de datos

Para realizar el experimento, primeramente, hemos buscado las características de la población de nuestra ciudad de Torredonjimeno en el [Instituto de Estadística y Cartografía de Andalucía](#), y los datos recogidos se muestran en la siguiente tabla:

| Sexo | Población | Porcentaje |
|---------|-----------|------------|
| Hombres | 6642 | 0,49 |
| Mujeres | 6825 | 0,51 |
| Total | 13467 | |

Tabla 1. Población de Torredonjimeno por sexos

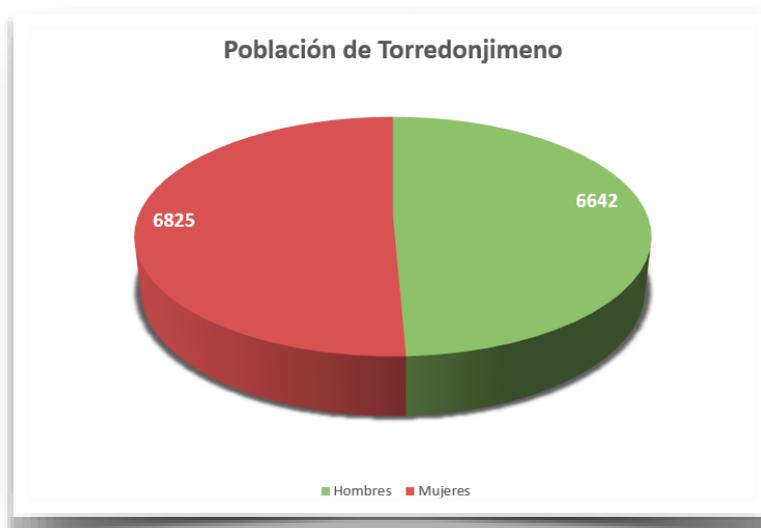


Imagen 2. Población de Torredonjimeno por sexos.

Además, distribuidos por sectores de población sería:

| Población | Porcentaje |
|-----------|------------|
| <20 | 18,4 |
| [20,65] | 62,6 |
| >65 | 19 |

Tabla 2. Población de Torredonjimeno por edad

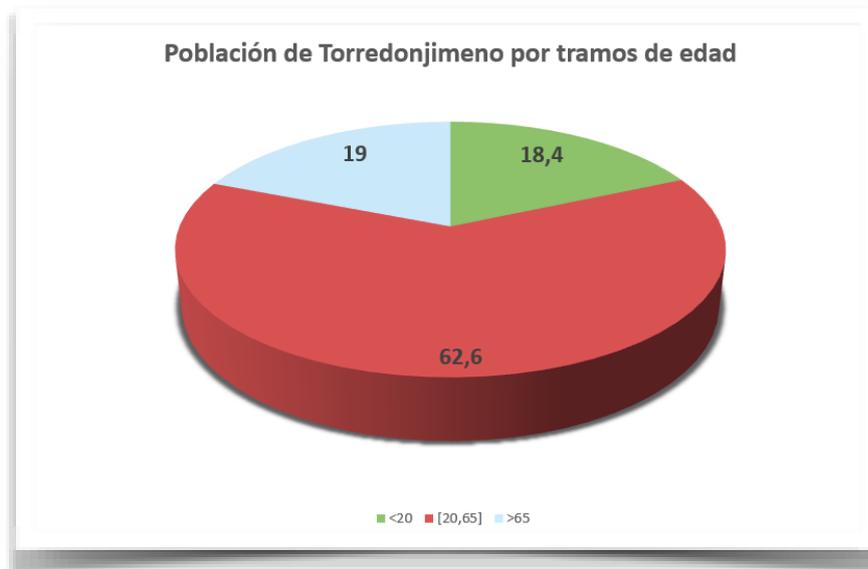


Imagen 3. Población de Torredonjimeno por tramos de edad.

Una vez que teníamos estos datos, teníamos que elegir una muestra de esta población para nuestro estudio. Para ello hemos considerado la página: www.surveymonkey.com, y hemos optado por un nivel de confianza del 90% al 5% de error. Así, necesitaríamos una muestra de **264 personas**. Para ser más o menos fieles a la realidad de nuestro pueblo, hemos hecho un muestreo aleatorio estratificado, tomando en proporción cada sector de la población. Así, nos ha quedado la siguiente elección de los datos:

| Población | Porcentaje | Hombres | Mujeres |
|--------------|------------|---------|---------|
| <20 | 18,4 | 24 | 25 |
| [20,65] | 62,6 | 81 | 84 |
| >65 | 19 | 25 | 26 |
| Total | | 129 | 135 |

Tabla 3. Muestra para el estudio por edad.

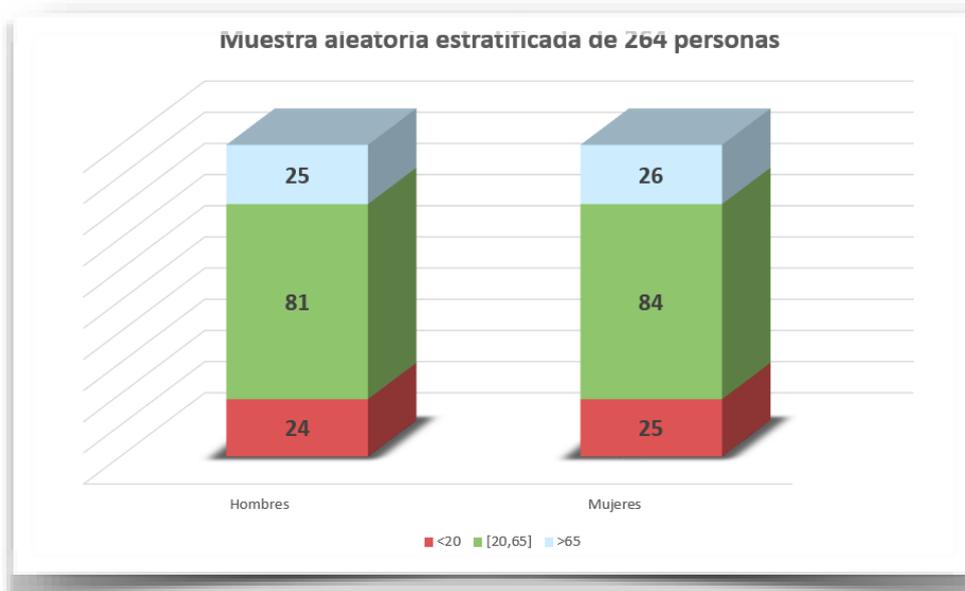


Imagen 4. Muestreo aleatorio estratificado de 264 personas

La recogida de datos se ha realizado a través de formularios de Google puesto que así íbamos más rápidas y los datos se almacenaban en una hoja de cálculo de Google que nos facilitaba la obtención de medidas estadísticas y gráficas.

Imagen 5. Ejemplo del formulario realizado.

6. Análisis estadístico e interpretación de datos

La tabla completa de los datos estadísticos recogidos no la podemos insertar en el trabajo. Mostramos un pequeño ejemplo de ella:

| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N |
|--------------|--------|----------------|-----------------|---------------------|--------------|----------------|-----------------|---------------|----------------|---------------------|-----------|-----------|-----------|
| Edad persona | Género | Altura persona | Ombilgo a suelo | Hombro a final dedo | Codo a dedos | Cadera a suelo | Rodilla a suelo | Altura cabeza | Anchura cabeza | Muñeca a final dedo | Falange 1 | Falange 2 | Falange 3 |
| >65 | Mujer | 161 | 97 | 72 | 37 | 81 | 46 | 19 | 14 | 17 | 8 | 5 | 3 |
| >65 | Hombre | 167 | 102 | 73 | 45 | 91 | 54 | 18 | 14 | 18 | 9 | 6 | 3 |
| >65 | Mujer | 148 | 87 | 69 | 42 | 38 | 43 | 15 | 15 | 12 | 4 | 3 | 1 |
| >65 | Hombre | 150 | 91 | 70 | 44 | 39 | 44 | 15 | 16 | 12 | 4 | 3 | 1 |
| >65 | Hombre | 158 | 95 | 64 | 33 | 96 | 43 | 16 | 21 | 18 | 5 | 5 | 2 |
| >65 | Mujer | 154 | 82 | 65 | 36 | 94 | 42 | 18 | 23 | 20 | 4 | 4 | 2 |
| >65 | Hombre | 167 | 105 | 73 | 43 | 93 | 51 | 23 | 13 | 21 | 9 | 6 | 3 |
| >65 | Mujer | 161 | 94 | 68 | 39 | 90 | 47 | 21 | 12 | 17 | 7 | 4 | 2 |
| >65 | Hombre | 162 | 100 | 68 | 45 | 97 | 50 | 22 | 11 | 20 | 8 | 6 | 3 |
| >65 | Mujer | 151 | 92 | 64 | 40 | 87 | 47 | 20 | 12,5 | 19 | 8 | 5 | 3 |
| >65 | Mujer | 153 | 86 | 63 | 38 | 89 | 43 | 21 | 16,5 | 18,5 | 6 | 5 | 3,3 |
| >65 | Hombre | 157 | 90 | 67 | 42 | 93 | 47 | 23 | 17,5 | 16,5 | 8 | 5 | 3,2 |
| >65 | Hombre | 162 | 93 | 70 | 55 | 80 | 50 | 25 | 23 | 20 | 8,5 | 5 | 3 |
| >65 | Mujer | 155 | 90 | 65 | 40 | 92 | 50 | 23 | 21 | 18 | 7,9 | 4,9 | 2,4 |
| >65 | Mujer | 166 | 95 | 70 | 41 | 94 | 48 | 20 | 18 | 26 | 8 | 5 | 2 |
| >65 | Hombre | 163 | 95 | 65 | 43 | 97 | 44 | 20 | 25 | 19 | 9 | 5 | 2 |
| >65 | Mujer | 167 | 90,5 | 68 | 43 | 92 | 51 | 20 | 12,5 | 17 | 9 | 5,5 | 2 |
| >65 | Hombre | 170 | 93 | 76 | 48 | 105 | 51 | 20,5 | 14 | 19 | 11,5 | 6,5 | 3 |
| >65 | Hombre | 173 | 105 | 78 | 48 | 94 | 53 | 23 | 17 | 19 | 8 | 5 | 3 |
| >65 | Mujer | 162 | 95 | 66 | 44 | 90 | 48 | 18 | 15 | 19 | 8 | 5 | 3 |
| >65 | Hombre | 164 | 91,5 | 67 | 43 | 94,5 | 44,5 | 21 | 15,5 | 17 | 7 | 4,5 | 2,5 |
| >65 | Mujer | 148 | 77,5 | 64,5 | 40 | 86,5 | 42 | 19 | 13,5 | 17 | 7 | 4,5 | 2,5 |
| >65 | Hombre | 163 | 97 | 7 | 41 | 88 | 5 | 18 | 14 | 18 | 9 | 6 | 3 |
| >65 | Mujer | 157 | 95 | 71 | 37 | 8 | 45 | 2 | 14 | 17 | 9 | 6 | 3 |
| >65 | Mujer | 155 | 92 | 64 | 37 | 94 | 46 | 19 | 54 | 17 | 9 | 6 | 3 |
| >65 | Hombre | 171 | 103 | 70 | 46 | 100 | 49 | 20 | 60 | 21 | 9 | 6 | 3 |

Imagen 6. Ejemplo de un tramo de la tabla trabajada.

6.1. Cociente entre la altura de una persona y la distancia del ombligo al suelo (C1)

Primeramente, estudiaremos el cociente entre la altura de una persona y la distancia del ombligo al suelo para ver si aparece una relación áurea.



Veamos los datos recogidos en una tabla por intervalos, considerada como una variable cuantitativa continua. Para ello hemos tomado el valor más bajo de este cociente, el más alto y hemos calculado 9 intervalos. Los datos son los siguientes:

| li | ni | NI | fi | Fi | xi | ni·xi | ni·xi ² |
|-------------|-----|-----|--------|--------|------|--------|--------------------|
| [1.22-1.28) | 1 | 1 | 0,0038 | 0,0038 | 1,26 | 1,26 | 1,5876 |
| [1.28-1.34) | 0 | 1 | 0 | 0,0038 | 1,32 | 0 | 0 |
| [1.34-1.40) | 0 | 1 | 0 | 0,0038 | 1,38 | 0 | 0 |
| [1.40-1.46) | 0 | 1 | 0 | 0,0038 | 1,44 | 0 | 0 |
| [1.46-1.52) | 0 | 1 | 0 | 0,0038 | 1,5 | 0 | 0 |
| [1.52-1.58) | 12 | 13 | 0,0455 | 0,0492 | 1,56 | 18,72 | 29,203 |
| [1.58-1.64) | 89 | 102 | 0,3371 | 0,3864 | 1,62 | 144,18 | 233,57 |
| [1.64-1.70) | 134 | 236 | 0,5076 | 0,8939 | 1,68 | 225,12 | 378,2 |
| [1.70-1.76) | 28 | 264 | 0,1061 | 1 | 1,74 | 48,72 | 84,773 |
| | 264 | | 1 | | | 438 | 727,34 |

Tabla 4. Tabla de frecuencias del cociente que resulta al dividir la altura de una persona entre la distancia del ombligo al suelo

Algunas de las medidas que hemos calculado a través de esta tabla son las siguientes:

| | |
|---|-------------|
| Media | 1,659091 |
| Varianza | 0,002481 |
| Desviación Típica | 0,04981 |
| Coefficiente de variación de Pearson | 0,030022 |
| Moda | [1.64-1.70) |
| Mediana | [1.64-1.70) |

Tabla 5. Algunas medidas estadísticas calculadas.

Al hacer intervalos y realizar cálculos estadísticos, nos hemos encontrado prácticamente los mismos resultados que al tratarlos de forma global y con Google Sheets. Las medidas son prácticamente las mismas. Hemos obtenido una media para este cociente de 1.66 con un coeficiente de variación del 3%, lo que nos indica que esta media puede considerarse representativa ya que los datos no estarían muy dispersos. En la tabla podemos observar que la mayoría de los datos se agrupan a los intervalos cercanos al número de oro. Además, el intervalo que más se repite estaría entre 1.64 y 1.70.

En la siguiente tabla observaremos algunos datos estadísticos con respecto a cada tramo de la población de Torredonjimeno.

| Segmento | Media | Varianza | C.V. | Error absoluto |
|----------|-------|----------|-------|----------------|
| Total | 1,65 | 0,002 | 0,03 | 0,03 |
| 0-19 | 1,63 | 0,001 | 0,023 | 0,01 |
| 20-65 | 1,65 | 0,003 | 0,033 | 0,03 |
| >65 | 1,65 | 0,001 | 0,022 | 0,04 |

Tabla 6. Medidas calculadas con la totalidad de datos sin agrupar en intervalos.

Como podemos apreciar en la tabla, la media total de la división entre la altura de una persona y la medida del ombligo al suelo está en 1.65, un valor cercano al número de oro $\Phi = 1.618$... con un coeficiente de variación de Pearson del casi 3%, lo que indica que la media es aceptable, pero con un error absoluto de 3 centésimas con respecto al valor original. Por segmentos de población, el valor que más se aproxima es en el tramo comprendido entre 0 y 19 años, con un valor de 1,63 con un error apreciable de 2 centésimas. Por el contrario, el valor más alejado del número de oro se da para las personas mayores de 65 años y los comprendidos entre 20 y 65 años, con valor de la razón cercano al 1.65 y un error absoluto de 4 centésimas.

Todo esto podemos apreciarlo mejor con la siguiente gráfica:

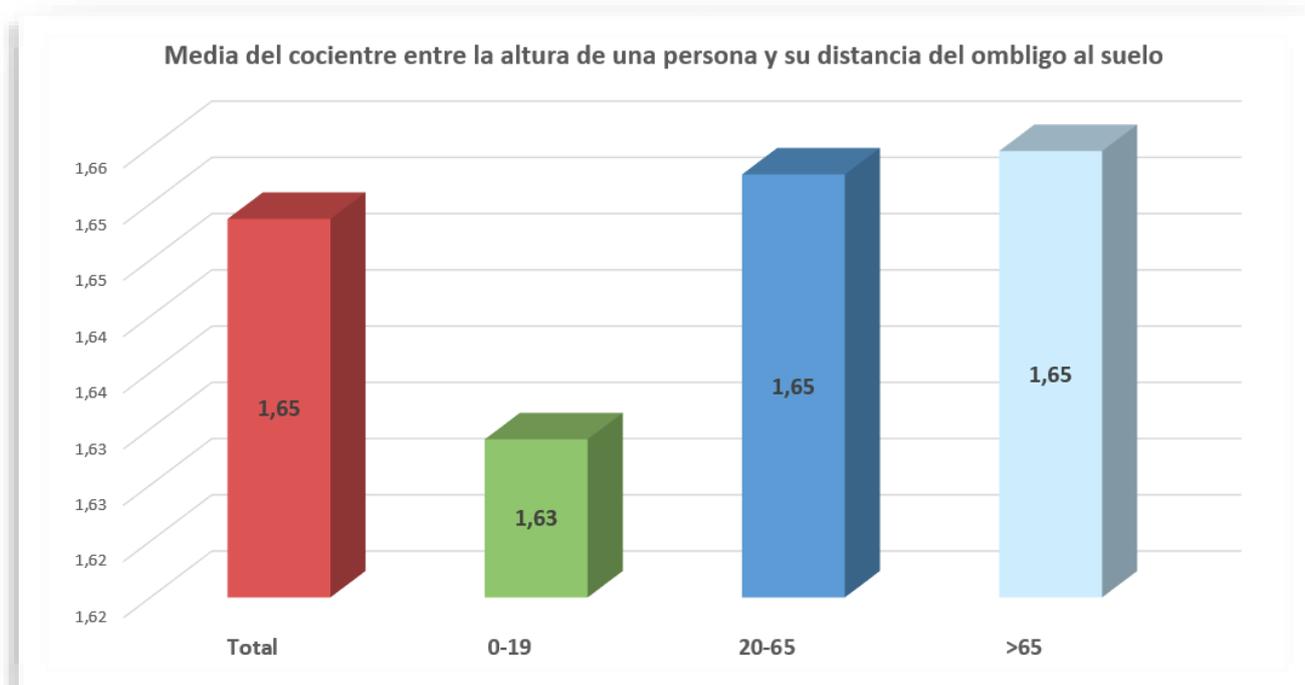


Imagen 8. Media del cociente entre la altura de una persona y desde el ombligo al suelo

| Sexo | Media | Varianza | C.V. | Error absoluto |
|---------|-------|----------|------|----------------|
| Total | 1,65 | 0,002 | 0,03 | 0,03 |
| Hombres | 1,65 | 0,002 | 0,03 | 0,03 |
| Mujeres | 1,65 | 0,002 | 0,03 | 0,03 |

Tabla 7. Medidas estadísticas por sexos sin agrupar por intervalos.

Si ahora hacemos el estudio por sexos, observamos que los datos son exactamente iguales, con una media de 1,65 y un coeficiente de variación de Pearson del 3%, lo que indica que hay poca variabilidad de datos y podemos considerar que la media es representativa. Es por ello que podemos considerar que esta razón está próxima al número de oro, con un error de 3 centésimas, prácticamente.

Por lo tanto, **la conclusión es clara**: el cociente que resulta al dividir la altura de una persona entre la distancia del ombligo al suelo, por lo general, está muy cerca del número de oro, con un error de 3 centésimas y con cierta seguridad, según indica el coeficiente de variación de Pearson.

6.2. Cociente entre longitud del brazo y desde el codo hasta el final de los dedos (C2).

Ahora estudiaremos la relación que hay entre la división de la longitud del brazo y la distancia del codo hasta el final de los dedos.

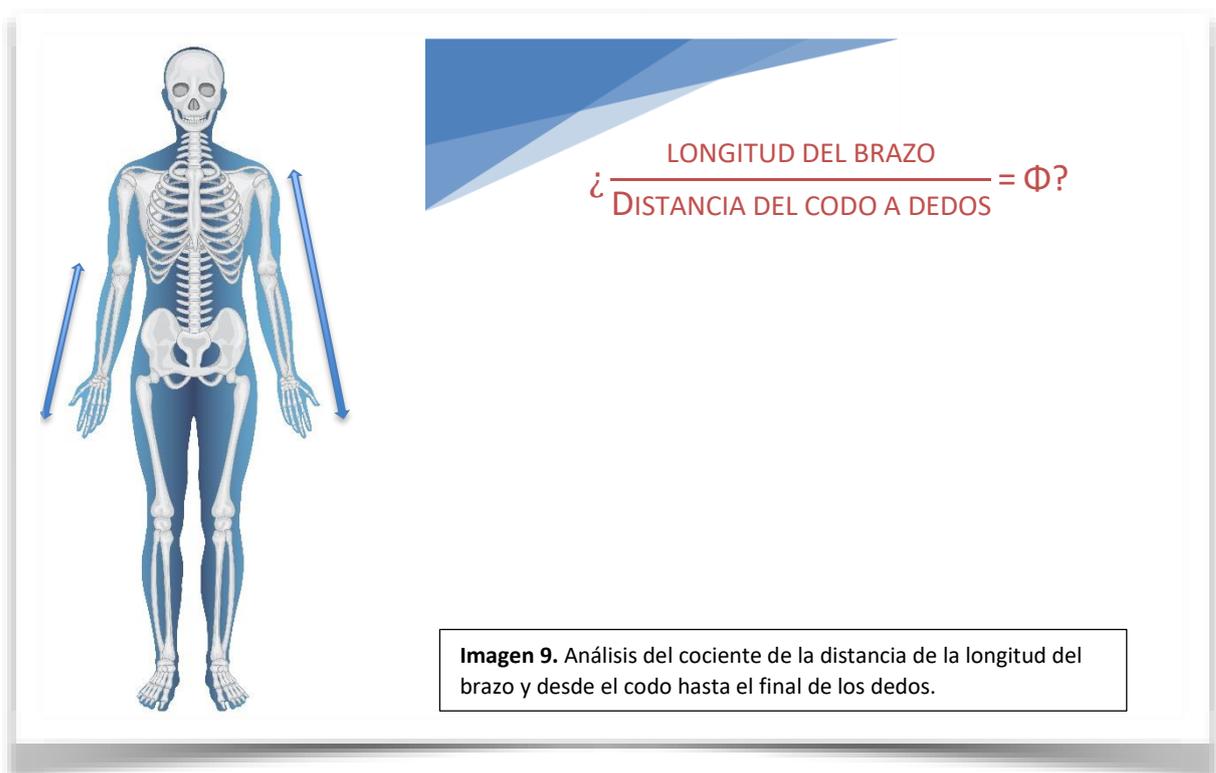


Imagen 9. Análisis del cociente de la distancia de la longitud del brazo y desde el codo hasta el final de los dedos.

Los datos recogidos de la muestra compuesta por 264 personas, distribuidas por 9 intervalos en una tabla de frecuencias son los siguientes.

| li | ni | NI | fi | Fi | xi | ni·xi | ni·xi ² |
|-------------|-----|-----|--------|--------|------|--------|--------------------|
| [1.17-1.25) | 1 | 1 | 0,0038 | 0,0038 | 1,21 | 1,21 | 1,4641 |
| [1.25-1.33) | 2 | 3 | 0,0076 | 0,0114 | 1,29 | 2,58 | 3,3282 |
| [1.33,1.41) | 6 | 9 | 0,0227 | 0,0341 | 1,37 | 8,22 | 11,261 |
| [1.41-1.49) | 14 | 23 | 0,053 | 0,0871 | 1,45 | 20,3 | 29,435 |
| [1.49-1.57) | 49 | 72 | 0,1856 | 0,2727 | 1,53 | 74,97 | 114,7 |
| [1.57-1.65) | 92 | 164 | 0,3485 | 0,6212 | 1,61 | 148,12 | 238,47 |
| [1.65-1.73) | 72 | 236 | 0,2727 | 0,8939 | 1,69 | 121,68 | 205,64 |
| [1.73-1.81) | 16 | 252 | 0,0606 | 0,9545 | 1,77 | 28,32 | 50,126 |
| [1.81-1.89) | 12 | 264 | 0,0455 | 1 | 1,85 | 22,2 | 41,07 |
| | 264 | | 1 | | | 427,6 | 695,5 |

Tabla 8. Tabla de frecuencias del cociente entre la longitud del brazo y la distancia del codo al final de los dedos.

Igualmente, las medidas que hemos calculado son las siguientes:

| | |
|---|-------------|
| Media | 1,62 |
| Varianza | 0,011 |
| Desviación Típica | 0,105 |
| Coefficiente de variación de Pearson | 0,065 |
| Moda | [1.57-1.65) |
| Mediana | [1.57-1.65) |

Tabla 9. Medidas estadísticas para el cociente entre la longitud del brazo y la distancia del codo al final de los dedos.

Si calculamos algunas medidas sin agrupar los datos en intervalos y analizando cada segmento de la muestra, obtenemos los siguientes resultados:

| Segmento | Media | Varianza | C.V. | Error absoluto |
|----------------|-------|----------|-------|----------------|
| Total | 1,62 | 0,011 | 0,065 | 0 |
| 0-19 | 1,63 | 0,011 | 0,065 | 0,01 |
| 20-65 | 1,63 | 0,01 | 0,061 | 0,02 |
| >65 | 1,60 | 0,015 | 0,077 | 0,02 |
| Hombres | 1,62 | 0,011 | 0,066 | 0 |
| Mujeres | 1,62 | 0,011 | 0,065 | 0 |

Tabla 10. Media, varianza, coeficiente de variación de Pearson y error absoluto por segmentos de población.

Podemos apreciar que, de forma general, efectivamente al dividir la longitud del brazo entre la distancia del codo al brazo aparece el número de error, con un coeficiente de variación del 6%, lo que indica que la media calculada es representativa y hay poca dispersión de los datos. Lo mismo ocurre para hombre y mujeres. La mayor distancia con respecto al número de oro se da para la población mayor de 20 años. Así que la hipótesis establecida con este cociente se cumple.

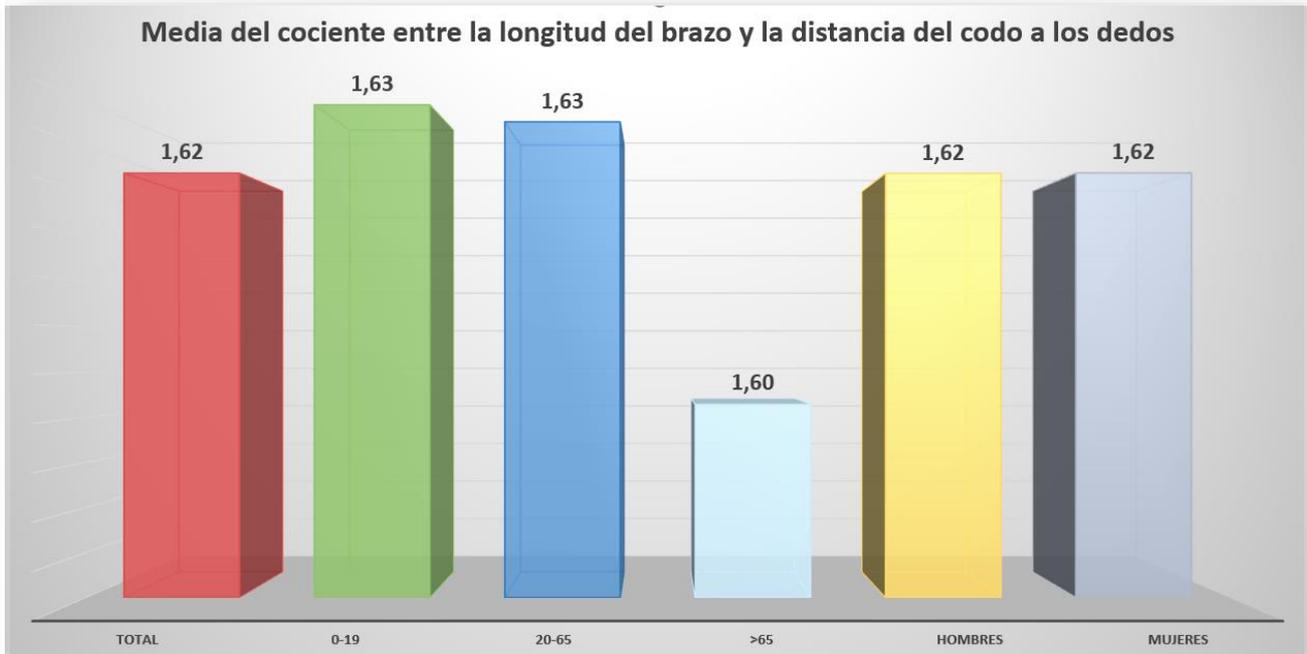


Imagen 10. Media del cociente entre la longitud del brazo y la distancia del codo a los dedos

6.3. Cociente entre la distancia de la cadera al suelo y de la rodilla al suelo (C3).

En este apartado nos centraremos en la razón compuesta por la distancia de la cadera al suelo y de la rodilla al suelo.

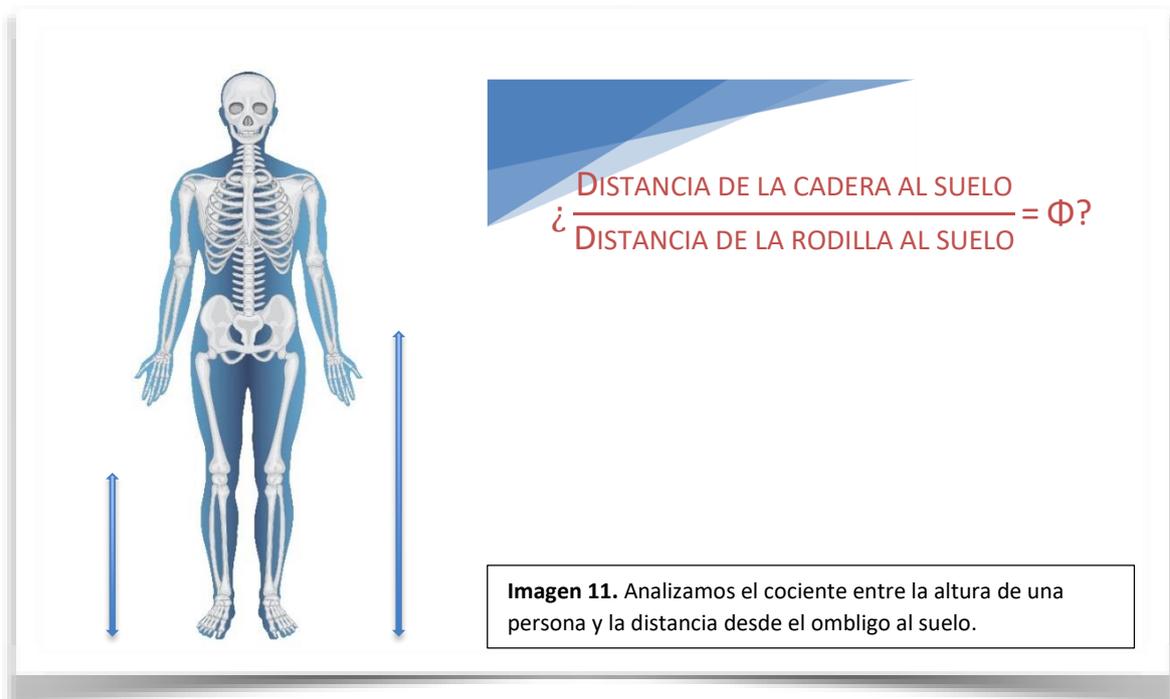


Imagen 11. Analizamos el cociente entre la altura de una persona y la distancia desde el ombligo al suelo.

Nuevamente las medidas han tenido dificultad por el mismo motivo que antes, detectar en qué momento empieza la cadera ha sido difícil. Para tomar la medida desde la rodilla no ha sido tan complicado y los datos estadísticos calculados han sido los siguientes, agrupados por intervalos:

| li | ni | NI | fi | Fi | xi | ni·xi | ni·xi ² |
|-------------|-----|-----|--------|--------|------|--------|--------------------|
| [1,54-1,58) | 1 | 1 | 0,0038 | 0,0038 | 1,56 | 1,56 | 2,4336 |
| [1,58-1,62) | 21 | 22 | 0,0795 | 0,0833 | 1,6 | 33,6 | 53,76 |
| [1,62-1,66) | 42 | 64 | 0,1591 | 0,2424 | 1,64 | 68,88 | 112,96 |
| [1,66-1,70) | 64 | 128 | 0,2424 | 0,4848 | 1,68 | 107,52 | 180,63 |
| [1,70-1,74) | 49 | 177 | 0,1856 | 0,6705 | 1,72 | 84,28 | 144,96 |
| [1,74-1,78) | 39 | 216 | 0,1477 | 0,8182 | 1,76 | 68,64 | 120,81 |
| [1,78-1,82) | 30 | 246 | 0,1136 | 0,9318 | 1,8 | 54 | 97,2 |
| [1,82-1,86) | 15 | 261 | 0,0568 | 0,9886 | 1,84 | 27,6 | 50,784 |
| [1,86-1,90) | 3 | 264 | 0,0114 | 1 | 1,88 | 5,64 | 10,603 |
| | 264 | | 1 | | | 451,72 | 774,15 |

Tabla 11. Tabla de frecuencias del cociente entre la distancia de la cadera al suelo y de la rodilla al suelo.

Algunas medidas que hemos calculado:

| | |
|---|-------------|
| Media | 1,7111 |
| Varianza | 0,0046 |
| Desviación Típica | 0,0681 |
| Coefficiente de variación de Pearson | 0,0398 |
| Moda | [1.66-1.70) |
| Mediana | [1.70-1.74) |

Tabla 12. Medidas estadísticas de la muestra tomada

Por último, al igual que en cada apartado, veremos algunas medidas calculadas por tramos de edad de la población y por sexos:

| Segmento | Media | Varianza | C.V. | Error absoluto |
|----------------|-------|----------|-------|----------------|
| Total | 1,71 | 0,005 | 0,040 | 0,09 |
| 0-19 | 1,73 | 0,006 | 0,044 | 0,11 |
| 20-65 | 1,71 | 0,005 | 0,038 | 0,09 |
| >65 | 1,69 | 0,004 | 0,039 | 0,07 |
| Hombres | 1,71 | 0,01 | 0,058 | 0,09 |
| Mujeres | 1,71 | 0,006 | 0,045 | 0,09 |

Tabla 13. Algunos cálculos de la muestra según la edad y el sexo.

A nivel global de nuestra muestra hemos obtenido una media de 1.71 al dividir la distancia de la cadera al suelo entre la distancia de la rodilla al suelo. Los datos son similares al calcularlo de forma global que al agrupar en intervalos. Hemos obtenido un coeficiente de variación del 4%, lo que supone que la media es suficientemente representativa y los datos no están muy dispersos. Por lo tanto, este cociente no está cercano al número de oro. El tramo de edad que está más cercano a este mítico número es para mayores de 65 años, con un valor de 1.69 y una diferencia de 7 centésimas. La media más alta y distante se encuentra para los menores de 19 años, con una diferencia de 11 centésimas. En cuanto a sexos, no hay diferencias significativas para hombres y mujeres. Estos valores medios los podemos apreciar en la siguiente gráfica.

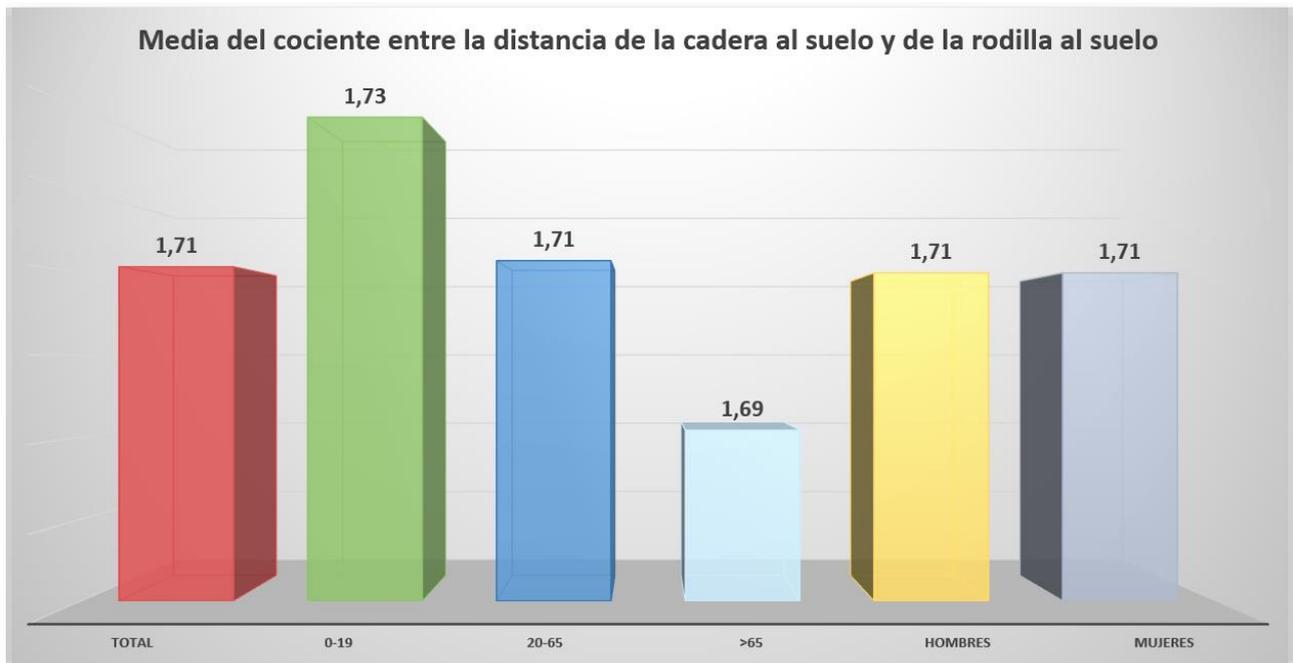


Imagen 12. Diagrama de barras para la media de la razón entre la distancia de la cadera al suelo y de la rodilla al suelo por tramos de edad y por sexo.

Así que, viendo estos resultados, podemos concluir que, al dividir la longitud de la cadera al suelo entre la distancia de la rodilla al suelo, por lo general y por término medio, no estamos cerca del número de oro. Hay una diferencia de 9 centésimas con una variación escasa de datos.

6.4. Cociente entre la longitud de la cabeza y su anchura (C4).

En este apartado nos centraremos en la razón compuesta por la distancia de la cadera al suelo y de la rodilla al suelo.

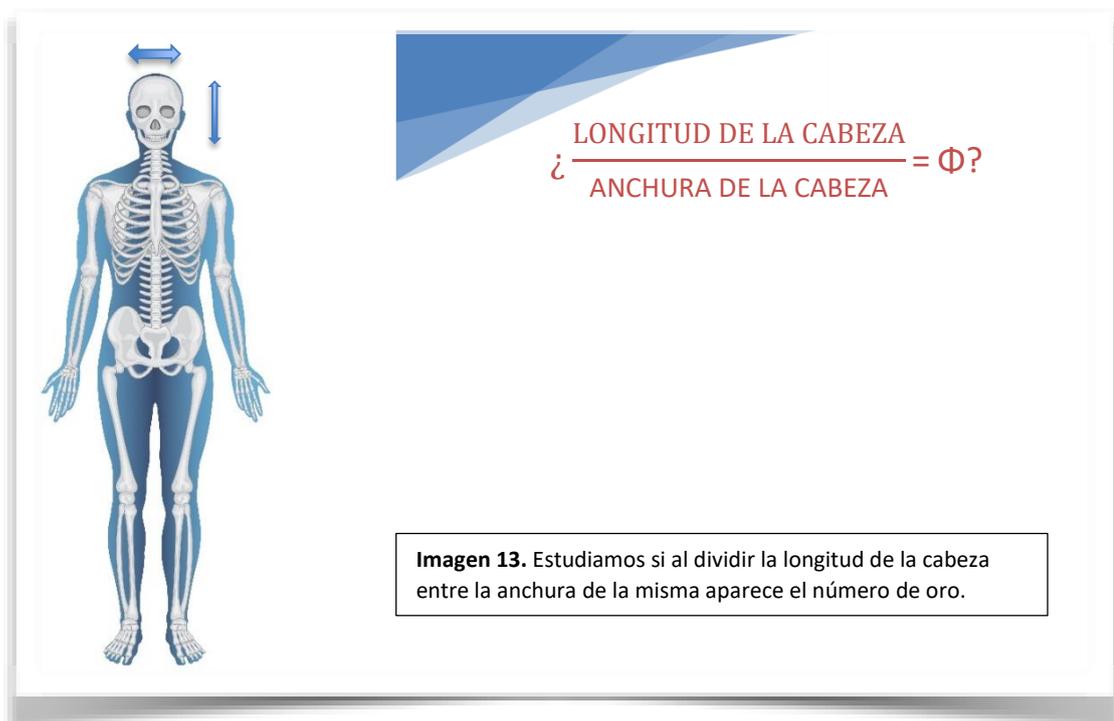


Imagen 13. Estudiamos si al dividir la longitud de la cabeza entre la anchura de la misma aparece el número de oro.

Para la medición de la cabeza hemos tenido alguna dificultad puesto que no sabíamos dónde poner los límites de cada medida. Finalmente optamos por utilizar las manos para establecerlos. Los resultados los hemos recogido en la siguiente tabla de frecuencias agrupados por 9 intervalos, considerando como variable cuantitativa continua.

| li | ni | NI | fi | Fi | xi | ni·xi | ni·xi ² |
|-------------|-----|-----|--------|--------|-------|--------|--------------------|
| [1.14-1.23) | 1 | 1 | 0,0038 | 0,0038 | 1,185 | 1,185 | 1,4042 |
| [1.23-1.32) | 10 | 11 | 0,0379 | 0,0417 | 1,275 | 12,75 | 16,256 |
| [1.32-1.41) | 25 | 36 | 0,0947 | 0,1364 | 1,365 | 34,125 | 46,581 |
| [1.50-1.59) | 71 | 107 | 0,2689 | 0,4053 | 1,455 | 103,31 | 150,31 |
| [1.59-1.68) | 66 | 173 | 0,25 | 0,6553 | 1,545 | 101,97 | 157,54 |
| [1.68-1.77) | 51 | 224 | 0,1932 | 0,8485 | 1,635 | 83,385 | 136,33 |
| [1.77-1.86) | 32 | 256 | 0,1212 | 0,9697 | 1,725 | 55,2 | 95,22 |
| [1.86-1.95) | 7 | 263 | 0,0265 | 0,9962 | 1,815 | 12,705 | 23,06 |
| [1.95-2,04) | 1 | 264 | 0,0038 | 1 | 1,905 | 1,905 | 3,629 |
| | 264 | | 1 | | | 406,53 | 630,34 |

Tabla 14. Distribución del cociente de la longitud de la cabeza y su anchura por intervalos.

También hemos calculado las siguientes medidas:

| | |
|---|-------------|
| Media | 1,5399 |
| Varianza | 0,0164 |
| Desviación Típica | 0,128 |
| Coefficiente de variación de Pearson | 0,0831 |
| Moda | [1.50-1.59) |
| Mediana | [1.59-1.68) |

Tabla 15. Medidas estadísticas de la muestra tomada

Hemos considerado otra forma de calcular medidas sin necesidad de agrupar los datos en intervalos. Todo esto viene reflejado en la siguiente tabla:

| Segmento | Media | Varianza | C.V. | Error absoluto |
|----------------|-------|----------|-------|----------------|
| Total | 1,55 | 0,01704 | 0,084 | 0,07 |
| 0-19 | 1,58 | 0,01899 | 0,087 | 0,04 |
| 20-65 | 1,71 | 0,004 | 0,038 | 0,09 |
| >65 | 1,55 | 0,00425 | 0,042 | 0,07 |
| Hombres | 1,55 | 0,02 | 0,091 | 0,07 |
| Mujeres | 1,55 | 0,017 | 0,084 | 0,07 |

Tabla 16. Algunos cálculos de la muestra según la edad y el sexo.

Esta vez hay una pequeña variación entre la media obtenida de forma global que es de 1.55 frente a la obtenida por intervalos, que es de 1,54. La desviación típica nos ha salido más baja, lógicamente, al calcular el coeficiente de variación de Pearson sin agrupamiento, por lo tanto, la dispersión es menor y la media resulta representativa. Por segmentos de población, la ciudadanía comprendida entre 0 y 19 años tiene una media más cercana al número de oro, con un error de 4 centésimas. En cuanto a sexo no hay apenas variación y los resultados son muy parecidos. Es por ello

que podemos decir, que al dividir la longitud de la cabeza de un humano entre su anchura resulta un número cercano al número de oro, pero con una diferencia de 7 centésimas. Todo el resumen de estas medidas por tramos de población queda mejor reflejado en la siguiente gráfica:

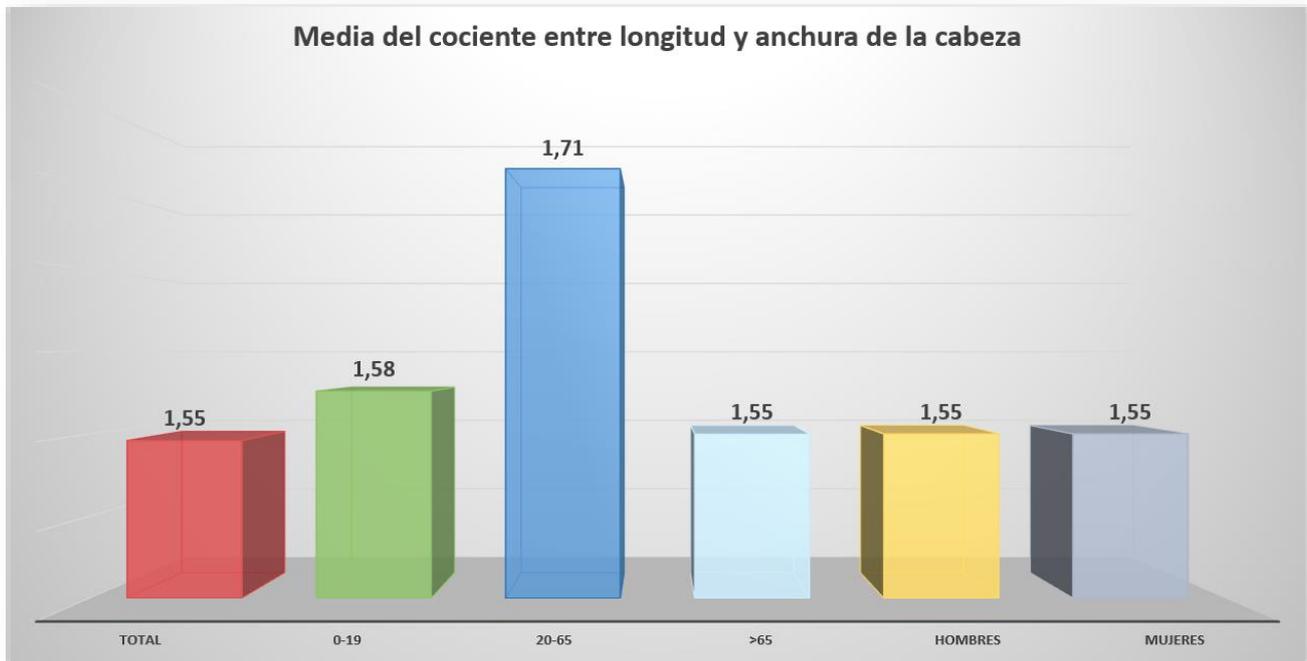


Imagen 14. Diagrama de barras para comparar la media del cociente entre la longitud y anchura de la cabeza de un ser humano.

6.5. Cociente entre falange y falangina (C5).

En este apartado nos centraremos en la razón compuesta por la longitud de la falange y de la falangina:

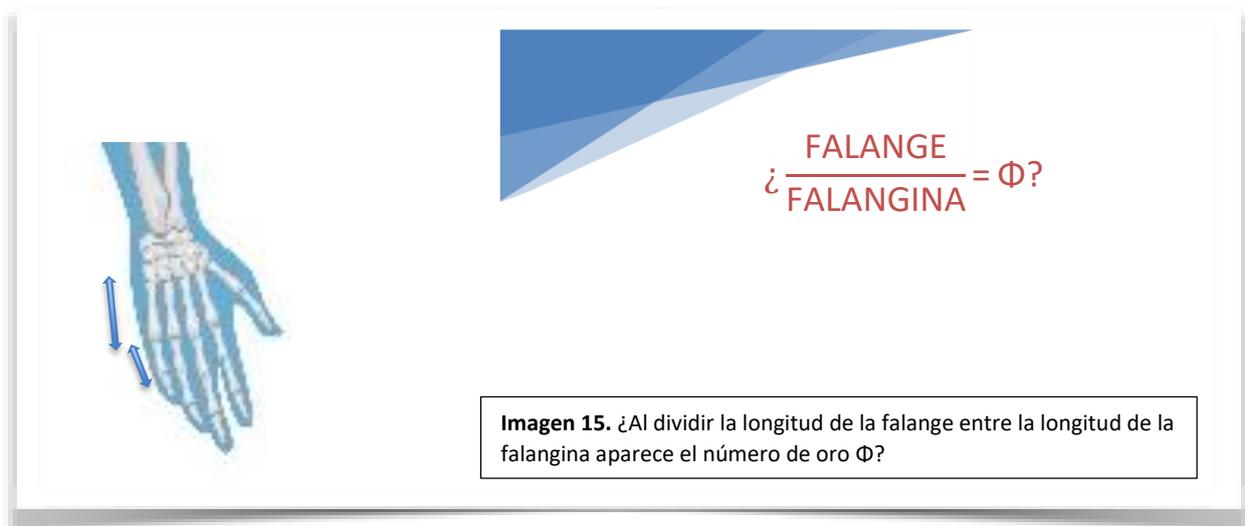


Imagen 15. ¿Al dividir la longitud de la falange entre la longitud de la falangina aparece el número de oro Φ ?

En esta sección hemos dividido la longitud de la falange entre la de la falangina. Para ello hemos medido las líneas que aparecen en el dedo corazón de la mano derecha de cada individuo que forma la muestra. A veces nos hemos encontrado la indecisión de qué línea escoger para realizar la medida. Los datos que hemos logrado aparecen agrupados por intervalos en la siguiente tabla de frecuencias:

| li | ni | NI | fi | Fi | xi | ni·xi | ni·xi ² |
|-------------|-----|-----|--------|--------|-------|--------|--------------------|
| [1.20-1.28) | 4 | 4 | 0,0152 | 0,0152 | 1,185 | 4,74 | 5,6169 |
| [1.28-1.36) | 21 | 25 | 0,0795 | 0,0947 | 1,275 | 26,775 | 34,138 |
| [1.36-1.44) | 26 | 51 | 0,0985 | 0,1932 | 1,365 | 35,49 | 48,444 |
| [1.44-1.52) | 64 | 115 | 0,2424 | 0,4356 | 1,455 | 93,12 | 135,49 |
| [1.52-1.60) | 81 | 196 | 0,3068 | 0,7424 | 1,545 | 125,15 | 193,35 |
| [1.60-1.68) | 15 | 211 | 0,0568 | 0,7992 | 1,635 | 24,525 | 40,098 |
| [1.68-1,76) | 35 | 246 | 0,1326 | 0,9318 | 1,725 | 60,375 | 104,15 |
| [1.76-1.84) | 16 | 262 | 0,0606 | 0,9924 | 1,815 | 29,04 | 52,708 |
| [1.84-1.92) | 2 | 264 | 0,0076 | 1 | 1,905 | 3,81 | 7,2581 |
| | 264 | | 1 | | | 403,02 | 621,25 |

Tabla 17. Tabla de frecuencias para el cociente entre la falange y la falangina

También hemos calculado las siguientes medidas:

| | |
|---|-------------|
| Media | 1,5266 |
| Varianza | 0,0227 |
| Desviación Típica | 0,1508 |
| Coficiente de Variación de Pearson | 0,0988 |
| Moda | [1.52-1.60) |
| Mediana | [1.52-1.60) |

Tabla 18. Medidas estadísticas para el cociente entre falange y falangina

Hemos considerado otra forma de calcular medidas sin necesidad de agrupar los datos en intervalos. Todo esto viene reflejado en la siguiente tabla:

| Segmento | Media | Varianza | C.V. | Error absoluto |
|----------------|-------|----------|-------|----------------|
| Total | 1,56 | 0,01968 | 0,090 | 0,06 |
| 0-19 | 1,52 | 0,02502 | 0,104 | 0,10 |
| 20-65 | 1,71 | 0,004 | 0,038 | 0,09 |
| >65 | 1,57 | 0,00425 | 0,042 | 0,05 |
| Hombres | 1,54 | 0,02 | 0,092 | 0,08 |
| Mujeres | 1,57 | 0,02 | 0,090 | 0,05 |

Tabla 19. Algunas medidas sin agrupar en intervalos

Podemos apreciar que la media global está muy cerca del número de oro, concretamente a 6 centésimas y con dispersión del 9% prácticamente. Por lo tanto, esta media es representativa y está más cerca que la media si agrupáramos los datos en intervalos, con prácticamente el mismo coeficiente de variación. Por segmentos de la población el valor que más se aleja es para la muestra comprendida entre 20 y 65 años, con una diferencia de 9 centésimas, aunque la dispersión es pequeña, esto significa que la media sería también representativa. Por sexos sí hay una pequeña diferencia, el cociente entre falange y falangina está más cerca del número de oro para mujeres que para hombres.

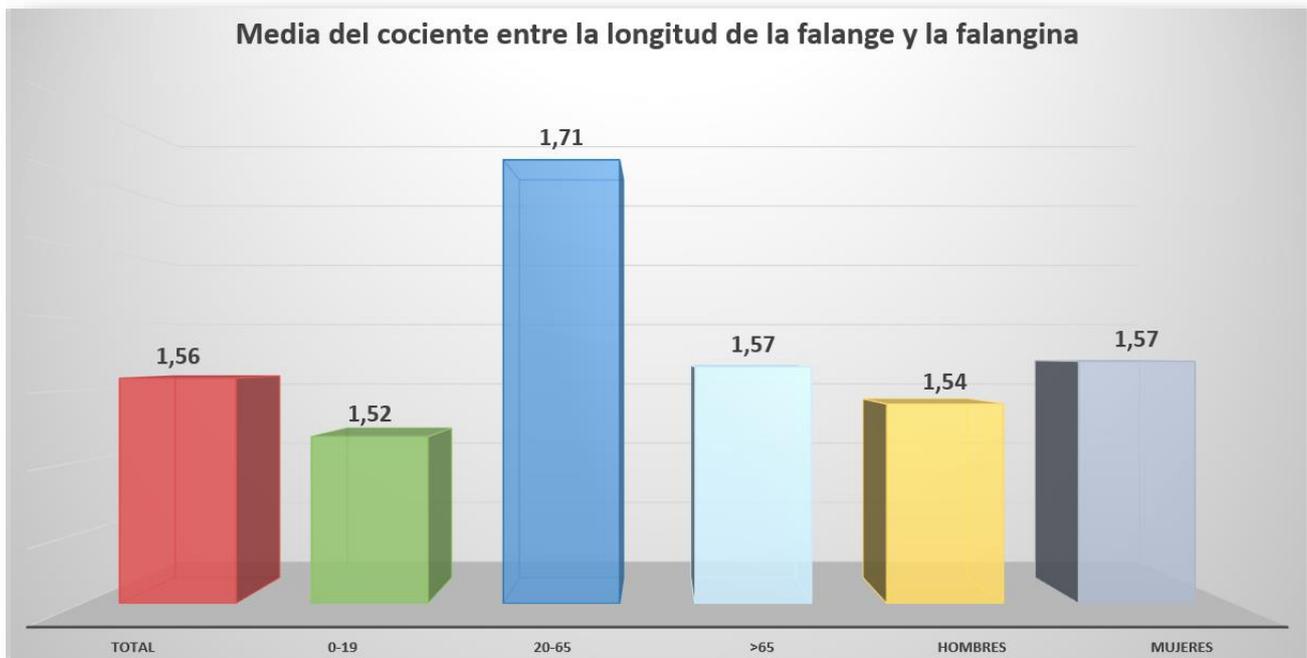


Imagen 16. Diagrama de barras para comparar la media del cociente entre la falange y la falangina.

6.6. Cociente entre falangina y falangeta (C6).

En este apartado nos centraremos en la razón compuesta por la longitud de la falangina y de la falangeta:

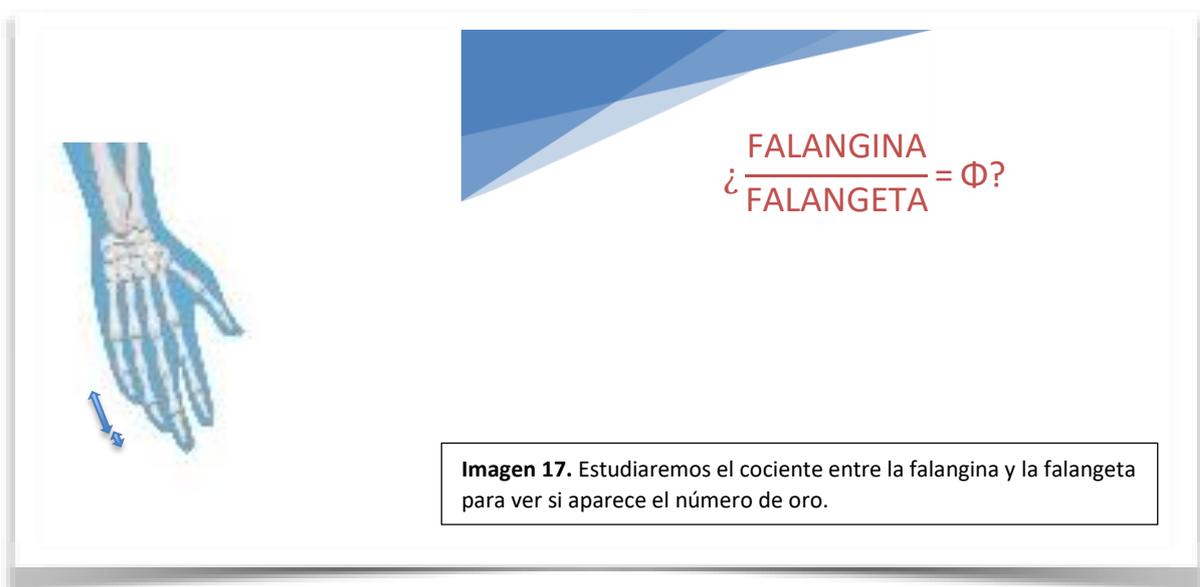


Imagen 17. Estudiaremos el cociente entre la falangina y la falangeta para ver si aparece el número de oro.

En esta sección hemos dividido la longitud de la falangina entre la de la falangeta. Para ello hemos medido las líneas que aparecen en el dedo corazón de la mano derecha de cada individuo que forma la muestra. Nos hemos encontrado la misma dificultad que en la sección anterior. Los datos que hemos logrado aparecen agrupados por intervalos en la siguiente tabla de frecuencias:

| li | ni | NI | fi | Fi | xi | ni·xi | ni·xi ² |
|-------------|-----|-----|--------|--------|-------|--------|--------------------|
| [1.33-1.39) | 29 | 29 | 0,1098 | 0,1098 | 1,185 | 34,365 | 40,723 |
| [1.39-1.45) | 6 | 35 | 0,0227 | 0,1326 | 1,275 | 7,65 | 9,7538 |
| [1.45-1.51) | 68 | 103 | 0,2576 | 0,3902 | 1,365 | 92,82 | 126,7 |
| [1.51-1.57) | 5 | 108 | 0,0189 | 0,4091 | 1,455 | 7,275 | 10,585 |
| [1.57-1.63) | 31 | 139 | 0,1174 | 0,5265 | 1,545 | 47,895 | 73,998 |
| [1.63-1.69) | 84 | 223 | 0,3182 | 0,8447 | 1,635 | 137,34 | 224,55 |
| [1.69-1,75) | 12 | 235 | 0,0455 | 0,8902 | 1,725 | 20,7 | 35,708 |
| [1.75-1.81) | 19 | 254 | 0,072 | 0,9621 | 1,815 | 34,485 | 62,59 |
| [1.81-1.87) | 10 | 264 | 0,0379 | 1 | 1,905 | 19,05 | 36,29 |
| | 264 | | 1 | | | 401,58 | 620,9 |

Tabla 20. Tabla de frecuencias para el cociente entre la falangina y la falangeta

También hemos calculado las siguientes medidas:

| | |
|---|---------------|
| Media | 1,5211 |
| Varianza | 0,038 |
| Desviación Típica | 0,195 |
| Coefficiente de variación de Pearson | 0,1282 |
| Moda | [1.63-1.69) |
| Mediana | [1.57-1.63) |

Tabla 21. Algunas medidas estadísticas

También hemos calculado algunas medidas sin necesidad de agrupar por intervalos los datos:

| Segmento | Media | Varianza | C.V. | Error absoluto |
|----------------|-------|----------|-------|----------------|
| Total | 1,59 | 0,01829 | 0,085 | 0,03 |
| 0-19 | 1,57 | 0,01968 | 0,089 | 0,05 |
| 20-65 | 1,60 | 0,018 | 0,085 | 0,02 |
| >65 | 1,57 | 0,01585 | 0,080 | 0,05 |
| Hombres | 1,60 | 0,02 | 0,088 | 0,02 |
| Mujeres | 1,59 | 0,02 | 0,089 | 0,03 |

Tabla 22. Medidas sin agrupar en intervalos

Nuevamente la media global sin agrupar por intervalos nos sale cercana al número de oro, con error de 3 centésimas, con valores muy cercanos para cada tramo de la población. El valor más cercano se produce para las personas entre 20 y 65 años y los hombres, con tan sólo 2 centésima de diferencia. Además, el coeficiente de variación de Pearson es aceptable con un 8%, lo que supone que la media es representativa de los datos extraídos, lo que supone poca dispersión de los datos. Estos datos los podemos apreciar de una forma más clara con la siguiente gráfica de barras.

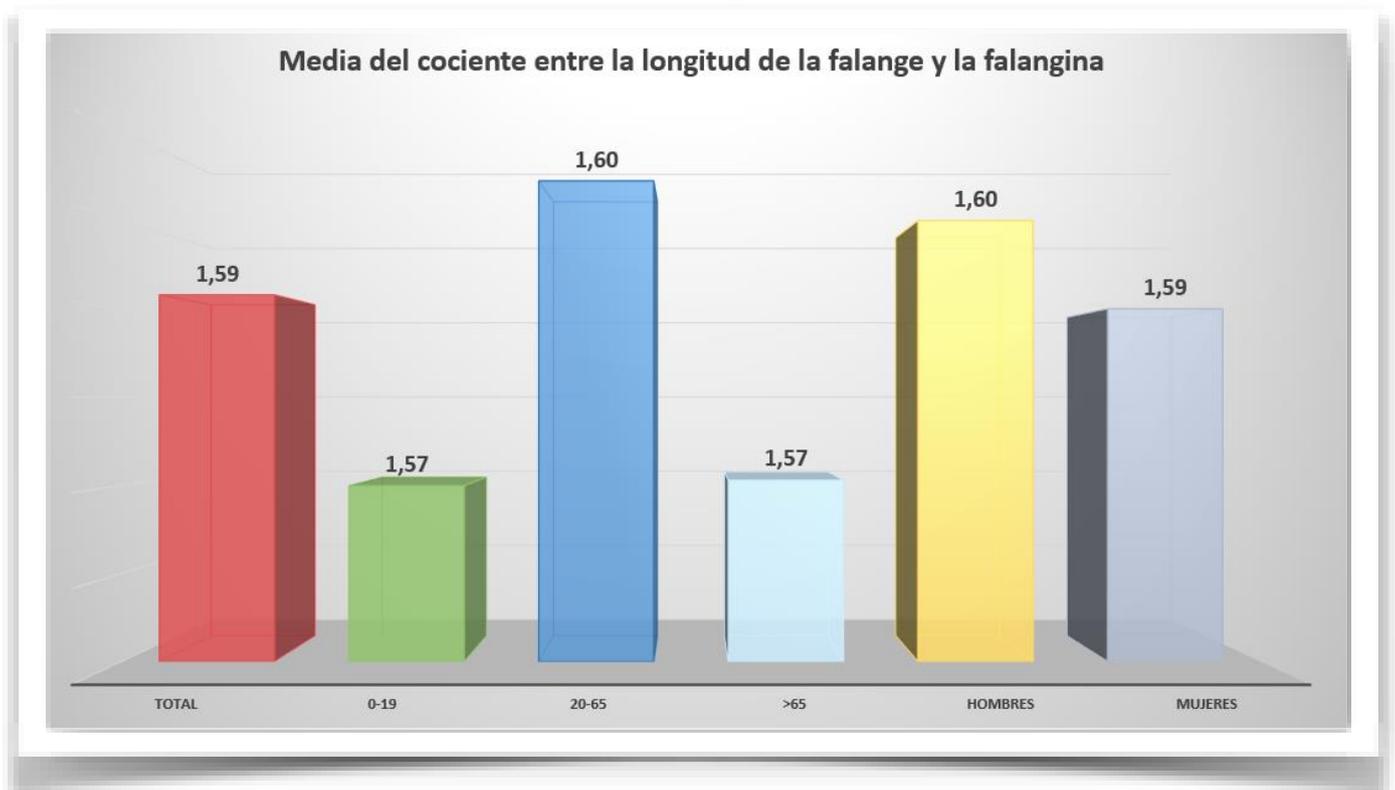


Imagen 18. Diagrama de barras que refleja la media del cociente entre la falangina y la falangeta para la muestra tomada.

7. Conclusiones

Antes de sacar conclusiones, vamos a realizar un gráfico que muestre todo lo estudiado hasta ahora:

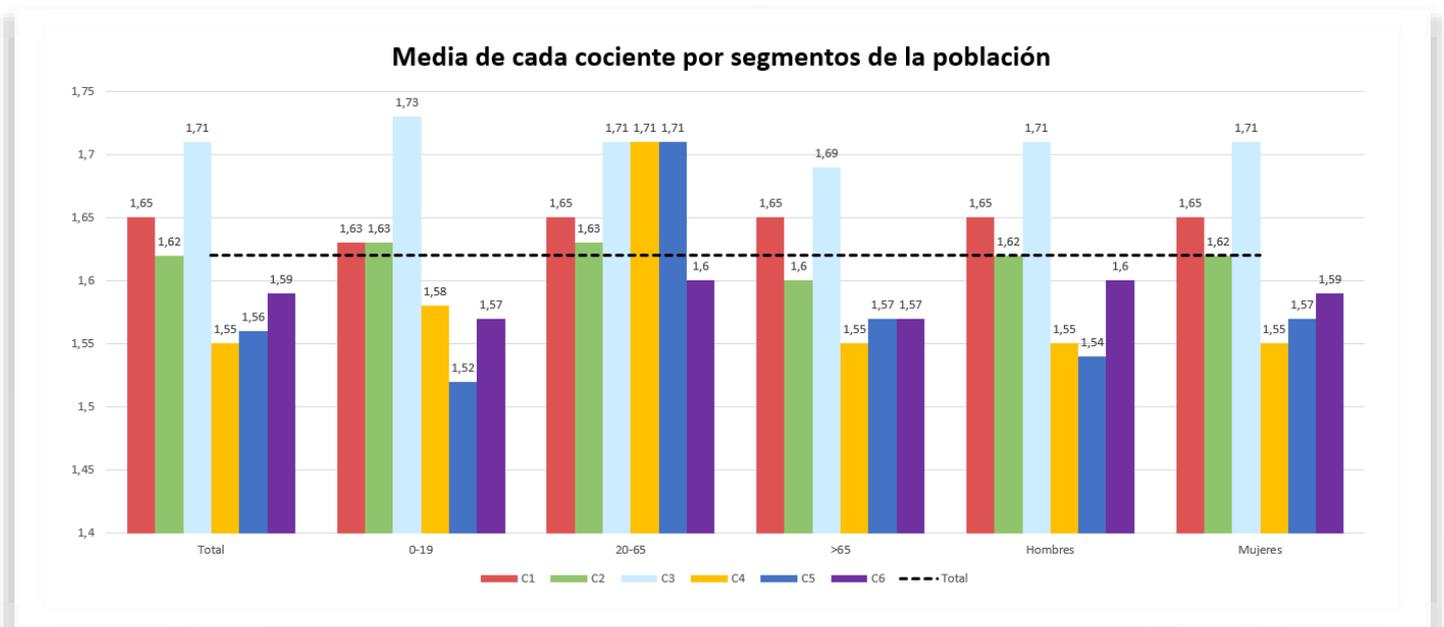


Imagen 19. Resumen global de todos los resultados en todos los cocientes realizados.

Vamos a intentar sacar algunas conclusiones viendo de forma global lo tratado en los apartados anteriores.

1.) Si estudiamos de forma general la muestra extraída, el cociente que más se aproxima al número de oro es la división entre la longitud del brazo y la distancia del codo al final de los dedos, con el mismo valor por término medio. Posteriormente también se acerca al número áureo la razón formada por falangina y falangeta. Lo que menos se parece al número de oro es la división entre la cadera al suelo y de la rodilla al suelo, con una diferencia de 9 centésimas.

2.) Ahora pasamos al estudio de la población comprendida entre 0 y 19 años. Aquí se encuentran cercanas al número de oro C1 y C2 por igual, es decir, el cociente entre la altura de una persona y la distancia del ombligo al suelo y la longitud del brazo entre la distancia del codo al extremo de los dedos, respectivamente. Esta aproximación yerra en 1 centésimas. Muy lejos quedan la división de la cadera al suelo y de la rodilla al suelo, con 11 centésimas de diferencia.

3.) Para el tramo de la población comprendida entre 20 y 65 años, casi aparece el número de oro al dividir la falangina entre la falangeta y nuevamente vuelve a acercarse al número de oro el cociente entre la longitud del brazo y la distancia del codo al final de los dedos, con un error de 1 centésimas. Muy lejos de este famoso número quedan los cocientes C3, C4 y C5, con una distancia de 9 centésimas.

4.) Para las personas mayores de 65 años, el cociente más cercano al número de oro se da cuando dividimos la longitud del brazo entre la distancia del codo al final de los dados, con un error de 2 centésimas. En 3 y 5 centésimas se diferencian C1, C4, C5 y C6. Muy lejos de esta cantidad están el cociente entre la distancia de la cadera al suelo y la distancia entre la rodilla al suelo.

5.) Por sexos, prácticamente no hay diferencias entre hombres y mujeres. El valor más próximo al número de oro se da cuando dividimos la longitud de un brazo entra la distancia del codo al final de los dedos puesto que sale prácticamente ese 1,62. El cociente entre falangina y falangeta también está muy próximo al número áureo. Por el contrario, el valor más alejado se da cuando dividimos la distancia de la cadera al suelo y de la rodilla al suelo, con una distancia de 9 centésimas.

8. Exposición de resultados

Cuando terminamos el trabajo quisimos explicar a nuestros compañeros/as los resultados que habíamos concluido. La exposición nos resultó muy interesante y les abrimos una puerta muy curiosa con el número de oro, un número poco explicado y tratado en el sistema educativo. En la siguiente fotografía podemos apreciar un momento de nuestra exposición.



Imagen 20. Nuestra explicación sobre los resultados obtenidos en nuestra investigación.

9. Posibles mejoras

Después de realizar el trabajo hemos buscado en internet información acerca de otros estudios sobre el tema. Hemos encontrado que el filósofo y matemático alemán Zeising, realizó un estudio muy profundo de la relación áurea en el cuerpo humano. Él llegó a trabajar de forma más exacta y sistemática con medidas en cadáveres y por lo tanto, sus conclusiones son más acertadas que las nuestras, siendo conscientes de nuestras limitaciones.

Tras analizar nuestras medidas, y con el paso del tiempo, quizás podríamos hacer otra vez el estudio en época de verano, donde es más fácil elegir las zonas de medidas, y además, podríamos establecer los puntos de partida de este estudioso alemán, observando y analizando cómo realizaba las medidas, en qué puntos tomaba estas mediciones.

También podríamos mejorar siendo más precisos, tomando un par de decimales y con herramientas más adecuadas. Las prisas y la inexperiencia han jugado en nuestra contra.

10. Bibliografía y webgrafía

- [Instituto de Estadística y Cartografía de Andalucía](#)
- www.surveymonkey.com